**Solución TP1 – FE II**

1)



**2)** Un sistema consiste en dos partículas idénticas que no interactúan y sin spin. El sistema tiene solo 3 estados disponibles para cada partícula con energías ε1 = 0 < ε2 < ε3.

a)Enumerar los estados disponibles del sistema de dos partículas y dar la energía de cada uno de estos estados si las partículas fueran Fermiones. Indicar cuál sería el estado ocupado a T=0.

b) Repetir el punto (a) para el caso en que las partículas sean Bosones.

c) Usar el colectivo canónico para obtener la función de partición en ambos casos: de Fermi y de Bose.

d) Usando los dos primeros términos (los más grandes) de la función de partición, encontrar la energía interna en función de la temperatura en ambos casos y discutir la diferencia entre ellos (es decir entre Fermiones y Bosones) para T=0.

a)



b)



c) Simplemente:



d)





**3)** Muestre que la ecuación de estado

PV = 

es la misma para bosones y fermiones libres.

Llamando ω(ε) = φ’(ε) a la densidad de estados para una partícula ⇒

Si integramos por parte:

y llamo: u =

entonces: v=φ(ε)

So:

Sabemos en particular que para nuestro caso

Pero, asi tenga cualquier potencia de ε, para ε→∞, se va a cero más rápido que a infinito.

Además φ(0)=0, entonces el primer término de PV para ambos límites es 0 ¡!!! Iupiiiiii!!

En nuestro caso que ε=p2/2m, teníamos que:

o sea:

entonces

Multiplico y divido en ε el segundo término y me queda

y

So ⇒

y la integral no es otra cosa que la E promedio ¡!!!



**4)** Obtener la distribución de probabilidad Pi(ni,T,μ) de encontrar ni partículas en un dado nivel de energía i cuando el sistema está en equilibrio con un reservorio a temperatura T y potencial químico μ, para un sistema de partículas sin interacción e indistinguibles que obedecen la estadística de:

a) Bose-Einstein

b) Fermi-Dirac

c) Maxwell-Boltzmann

a)

b)

c)

porque recordando: N = kT = eμ/kT V/Λ3 = Z eμ/kT

5) Encontrar la ocupación promedio <ni> y su fluctuación relativa, Δ<ni>/<ni> para cada uno de los casos anteriores.

En el caso de MB Δ<ni>/<ni> =<ni>-1/2

y en BE y FD:

En MB nl es muy pequeño, es decir nl→0, entonces el argumento de la raíz → 1 y me queda el resultado de MB

6) Probar para un gas ideal la siguiente ecuación considerando la distribución gran canónica:

(i) 

(ii) en el caso de la estadística clásica 

(iii) en el caso de las estadísticas cuánticas , (+:BE, -:FD)

Antes que nada:

Considerando colectivo Grandcanónico, la función de partición es ZG, y N promedio se obtiene de:

En la Unidad 5 de FE I vimos la deducción, que es la siguiente:

Derivo respecto a μ, es decir ∂/∂μ y luego divido en ZG a esta ecuación:

Primero derivo respecto a μ:

⇒

Recuerdo que Z no depende de μ ¡!!

Y ahora divido ambos miembros en ZG

O lo que es lo mismo

Reacomodo y queda

ii) En el caso de MB (o estadística clásica):

Habíamos visto en la Unidad 8 de FE I, en gas ideal clásico, con colectivo grandcanónico:

N = kT = eμ/kT V/Λ3

O sea N= eμ/kT Z

⇒ =

Entonces:

iii)

Teníamos que:

y

Entonces:

Teníamos que:

⇒

Y ahora: