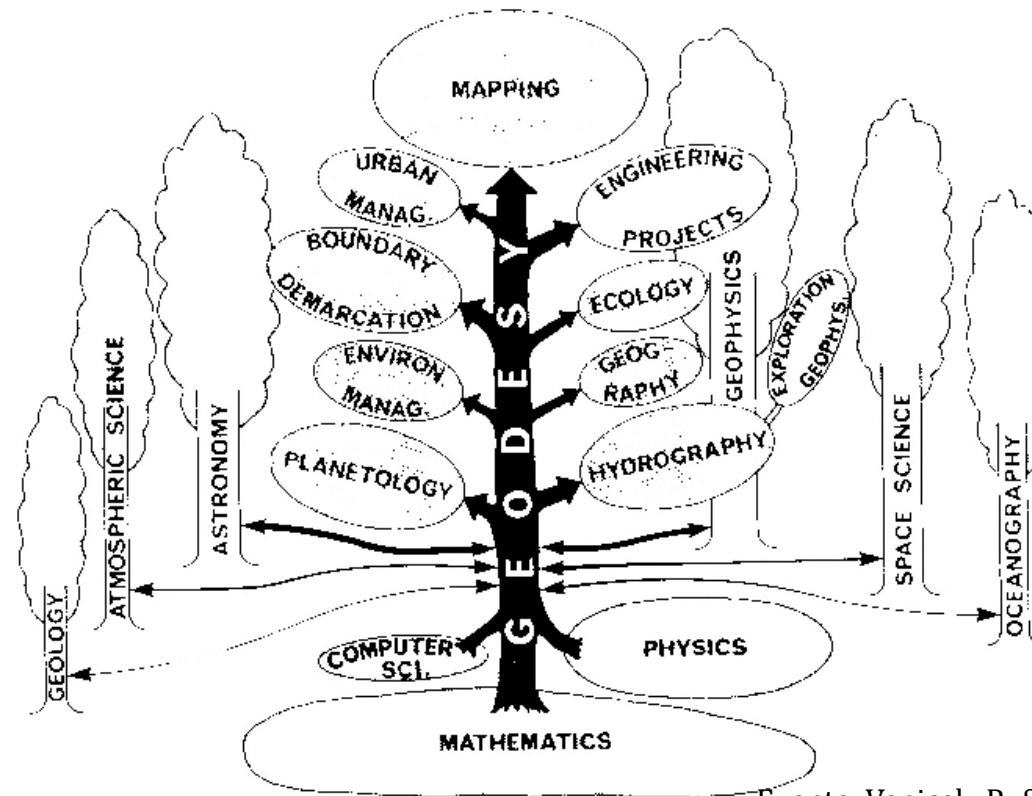


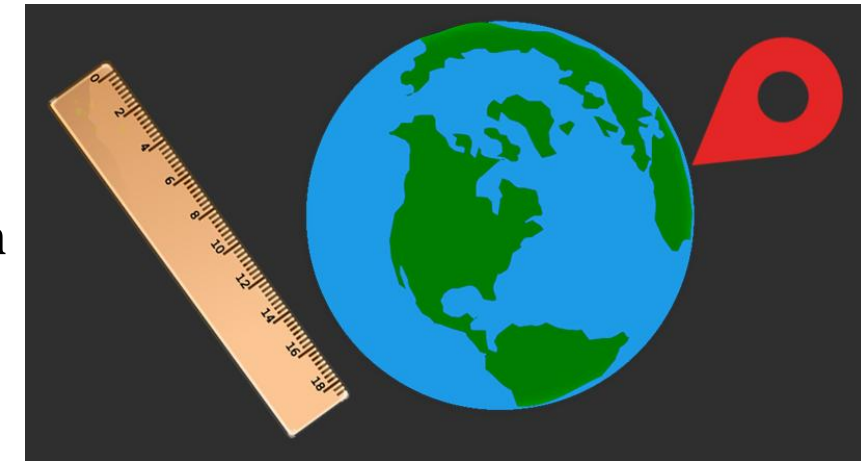
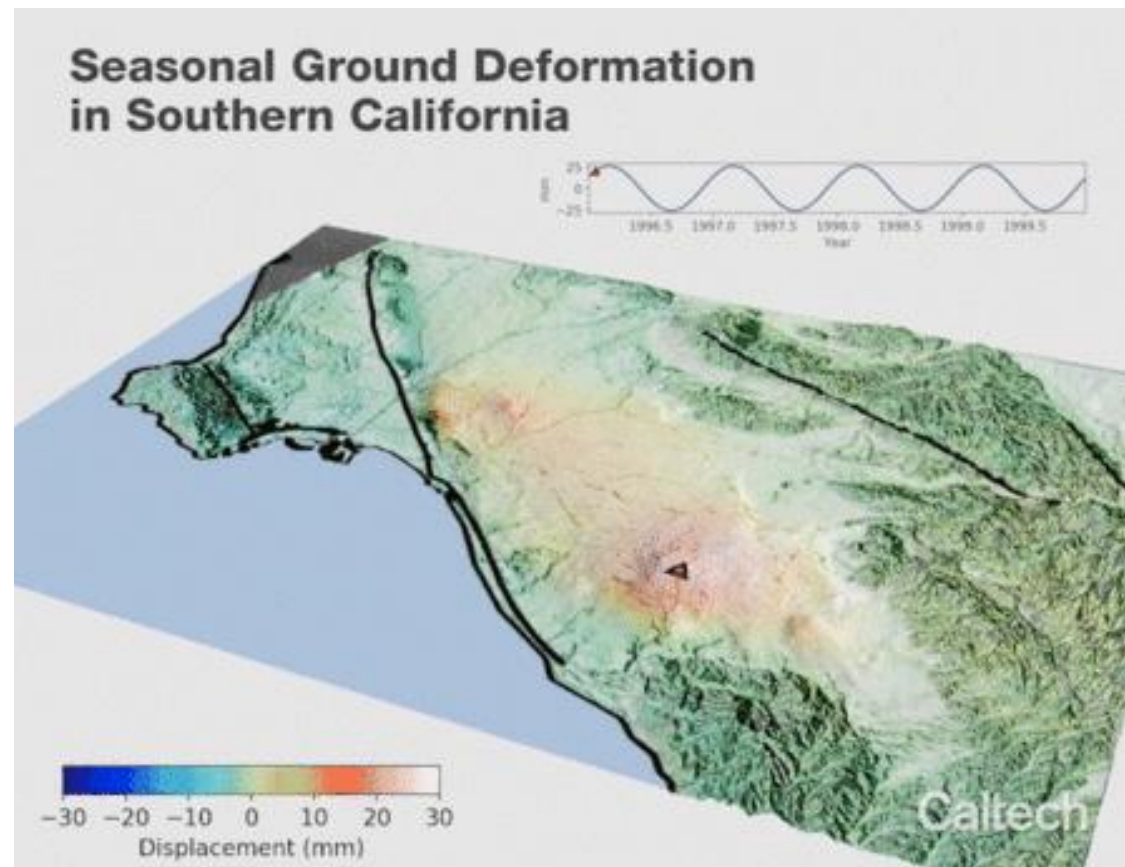
GEODESIA, PERO... ¿PARA QUÉ?



Fuente: Vanicek, P., & Krakiwsky, E. J. (1986). *Geodesy: the concepts*. Elsevier.

Geodesia

- *Geodesia* es la ciencia de medición y mapeo de la superficie de la Tierra ⁽¹⁾.
- *Geodesia* es la disciplina que se encarga de la medición y representación de la Tierra, incluyendo su campo de gravedad, en un espacio tridimensional variante en el tiempo ⁽²⁾.



Fuente: <https://gisgeography.com/geodesy/>

- *Geodesia* es considerada como parte de las *Geociencias* y *Ciencias de la Ingeniería* ⁽³⁾.

Fuente: Riel, B. *et al.* (2018)

(1) Helmert, F. R. (1880). Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, Band I. Verlag Teubner, Leipzig.

(2) Vanicek, P. and Krakiwsky, E.J. (1986). *Geodesy: The Concepts*. 2nd Edition, North-Holland, Amsterdam.

(3) National Research Council, (1978). *Geodesy, Trends and Prospects*. National Academies.

Geodesia

- Subdivisión Geodesia (Gerke, 1972)

- Investigación científica
- Ingeniería

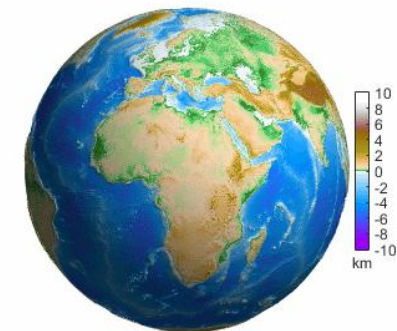


- Subdivisión de Geodesia⁽⁴⁾

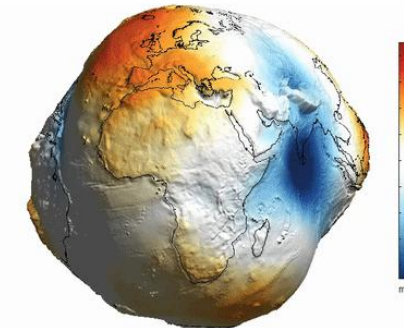
- Geodesia geométrica
- Geodesia gravimétrica (o física)



- **Geodesia geométrica⁽⁴⁾**: Determinar la figura de la Tierra y su orientación en el espacio, la cobertura topográfica y construcciones, y la posición de los límites políticos y de las propiedades.



Earth topography: (ETOPO2_010arcmin)



Geoid height (EGM2008, nmax=500)

Fuente: www.asu.cas.cz

(4) Drewes, H. (2006). The changing objectives in geodetic research. Zeitschrift für Geodäsie, Geo-Information und Landmanagement, 131(5), 1-7.

Geodesia

- Geodesia ⁽⁵⁾:**
- Geodesia global
 - Levantamientos geodésicos (nacional o internacional)
 - Levantamientos topográficos (regional o local)

- **Geodesia Global:**

Determinación de la forma y tamaño de la Tierra, su orientación en el espacio y su campo de gravedad externo.

- **Levantamientos geodésicos:**

Determinar la figura de la Tierra y su campo de gravedad en grandes extensiones (país o continente), dónde se tiene en cuenta la curvatura de la Tierra y el campo de gravedad.

- **Levantamientos topográficos:**

Levantamientos de los detalles de la superficie de la Tierra a nivel local con fines catastrales y de ingeniería, dónde, generalmente, los efectos de la curvatura de la Tierra y el campo de gravedad no se tienen en cuenta.

Geodesia

Organización^(6,7): Introducción a la geodesia geométrica

- Cálculos en la figura geométrica
- Reducción de observaciones a la figura geométrica

Levantamientos Geodésicos⁽⁸⁾: se diferencia del resto de los levantamientos porque no existe una red de orden superior de precisión.

- Establecer un sistema de puntos fijos en planimetría, altimetría y gravimetría, los cuales forman la base de levantamientos menos precisos (topográficos, catastrales, cartográficos, etc.).
 - Asistir, en combinación con la gravimetría, observaciones satelitales y observaciones astronómicas, en la determinación del tamaño, forma y distribución de la densidad de la Tierra, y el estudio de fenómenos geofísicos de la Tierra (placas tectónicas, movimiento de los polos, etc.).
- Elipsoide
 - Esfera
 - Plano

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(8) Kearsley, A. H. W. (1983), *Geodetic Surveying*, Monograph 8, School of Surveying, UNSW, Kensington, NSW, Australia.

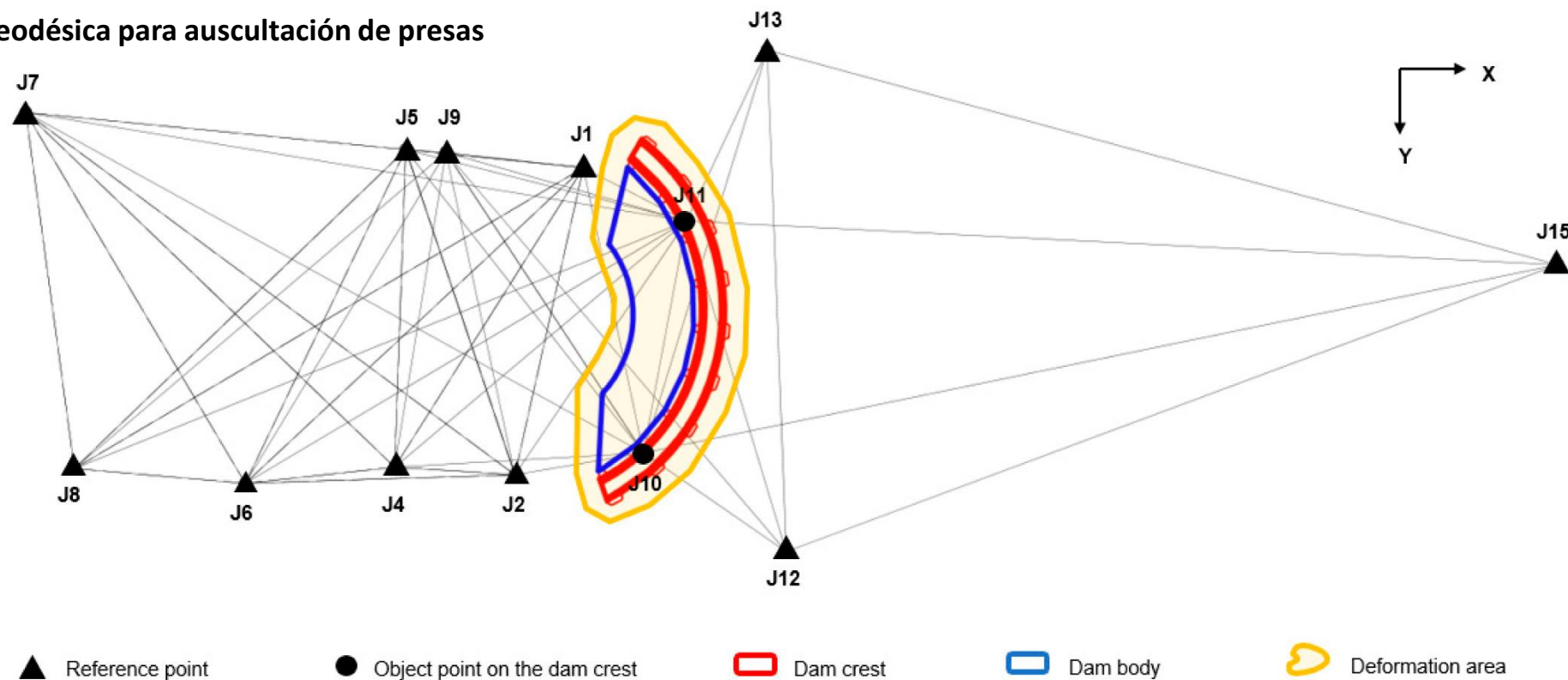
Geodesia

Organización^(6,7): Introducción a la geodesia geométrica

- Cálculos en la figura geométrica
- Reducción de observaciones a la figura geométrica

Levantamientos Geodésicos⁽⁸⁾: se diferencia del resto de los levantamientos porque no existe una red de orden superior de precisión.

Red microgeodésica para auscultación de presas



Fuente: Hamzic, A.; Avdagic, Z.; Besic, I. (2020)

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Ohio State University Department of Geodetic Science and Surveying.

(8) Kearsley, A. H. W. (1983), *Geodetic Surveying*, Monograph 8, School of Surveying, UNSW, Kensington, NSW, Australia.

Posiciones en la Tierra

Posición Geográfica de un punto terrestre es una posición relativa a una superficie de referencia, generalmente sustituye a la superficie terrestre real.

Superficie terrestre⁽¹⁾

- **Terreno.** Límite entre las masas sólidas y las fluidas, incluida la atmósfera.

Superficies de referencia^(1,2)

- **Esférica.** Figura geométrica que se utiliza para definir la posición de un punto en el espacio, basado en el concepto de coordenadas polares. Coordenadas geográficas φ (latitud), λ (longitud), en general.
- **Geodésica (Elipsoidal).** Figura geométrica biaxial (o triaxial) que mejor se aproxima a la figura y tamaño de la Tierra. Coordenadas geodésicas φ (latitud), λ (longitud) y h (altura elipsoidal).
- **Astronómica (Natural o Gravitacional).** Aquella superficie equipotencial que mejor se aproxima a la superficie media de los océanos en calma. Coordenadas Φ (latitud), Λ (longitud), H (altura ortométrica). También llamadas coordenadas “naturales”.

(1) Thomson, D. B. (1981). *Introduction to geodetic Astronomy*. Department of Surveying Engineering. University of New Brunswick.

(2) Mueller, I. I. (1969). *Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy*, Ungar Publ. Co., New York.

(3) Kovalevsky, J., Mueller, I. I., & Kolaczek, B. (Eds.). (1989). *Reference frames: in astronomy and geophysics* (Vol. 154). Springer Science & Business Media.

Posiciones en la Tierra

Terreno

Superficie física de la Tierra sobre la que se realizan todas las observaciones.

- Por su irregularidad, sólo puede ser descripta a través de algunos puntos medidos.
- Los detalles de la superficie puede ser determinados mediante interpolación.
- Casi imposible de modelar analíticamente.

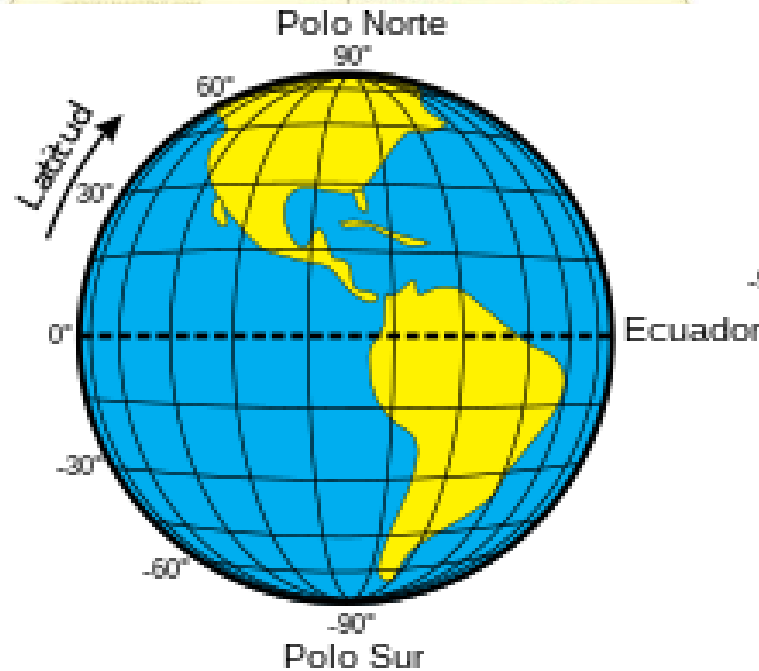
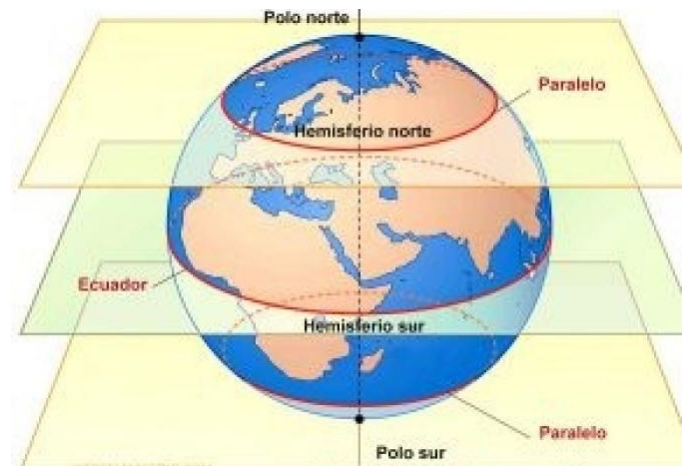


Posiciones en la Tierra

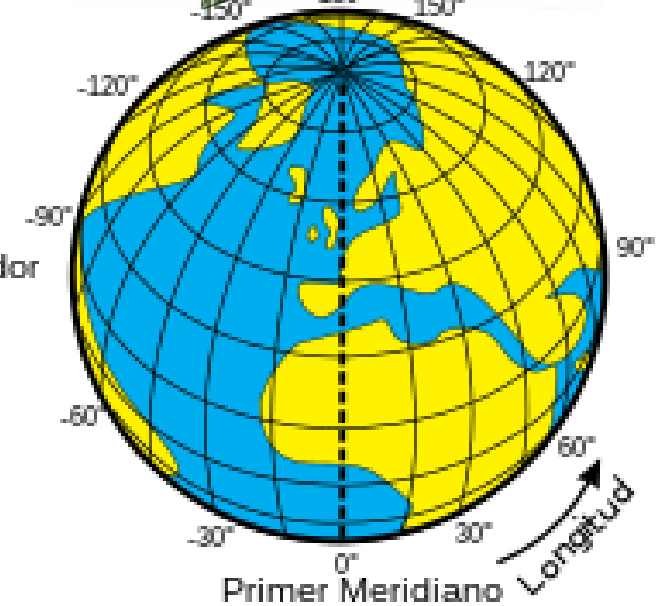
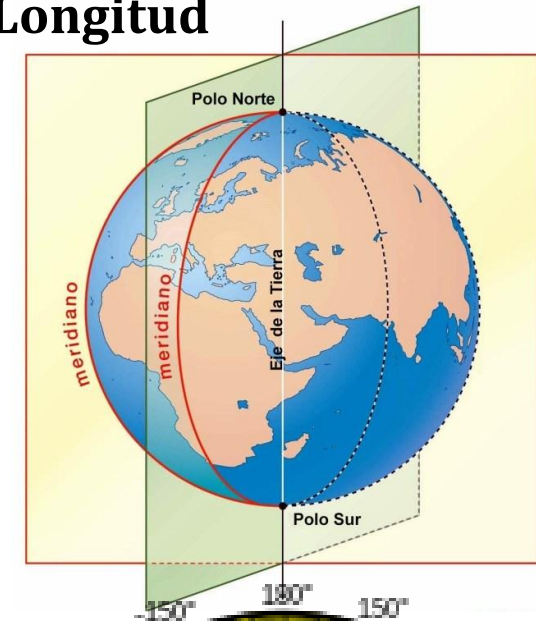
Esfera

Superficie cerrada en la que todos los puntos se encuentran a una misma distancia (Radio) del centro.

Latitud



Longitud



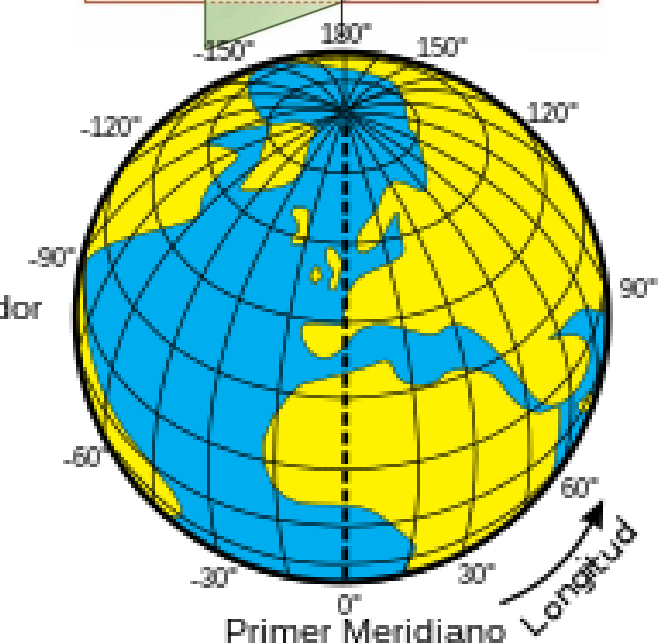
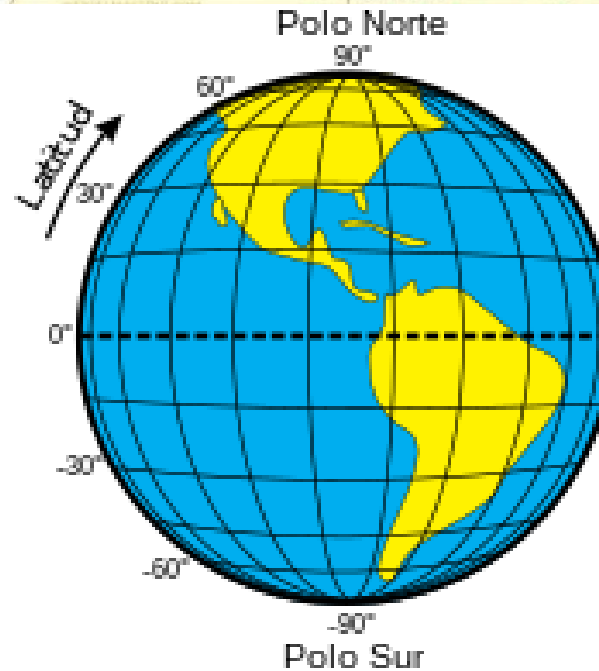
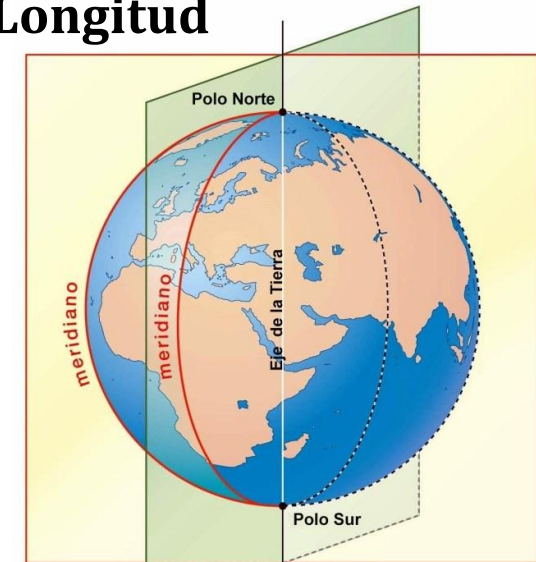
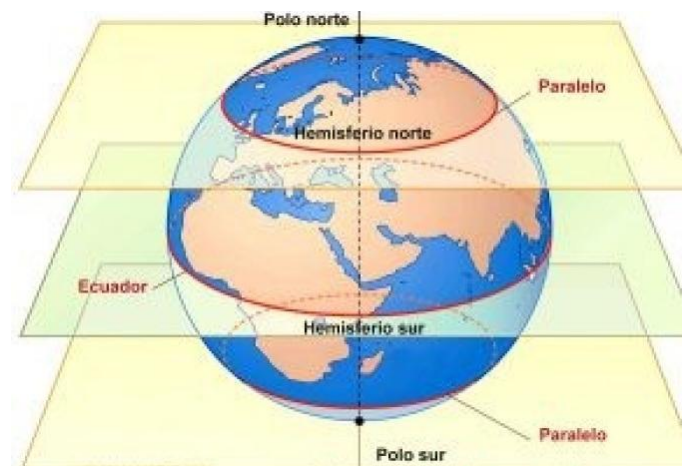
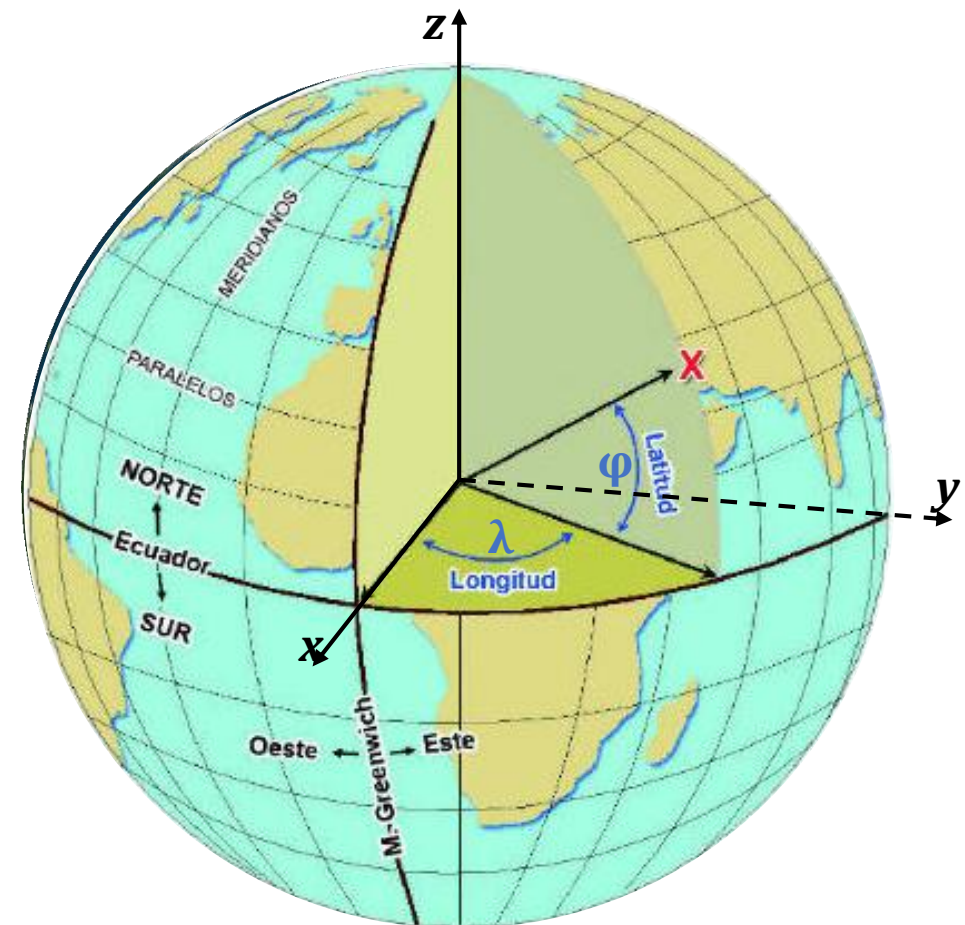
Posiciones en la Tierra

Esfera

Superficie cerrada en la que todos los puntos se encuentran a una misma distancia (Radio) del centro.

Latitud

Longitud

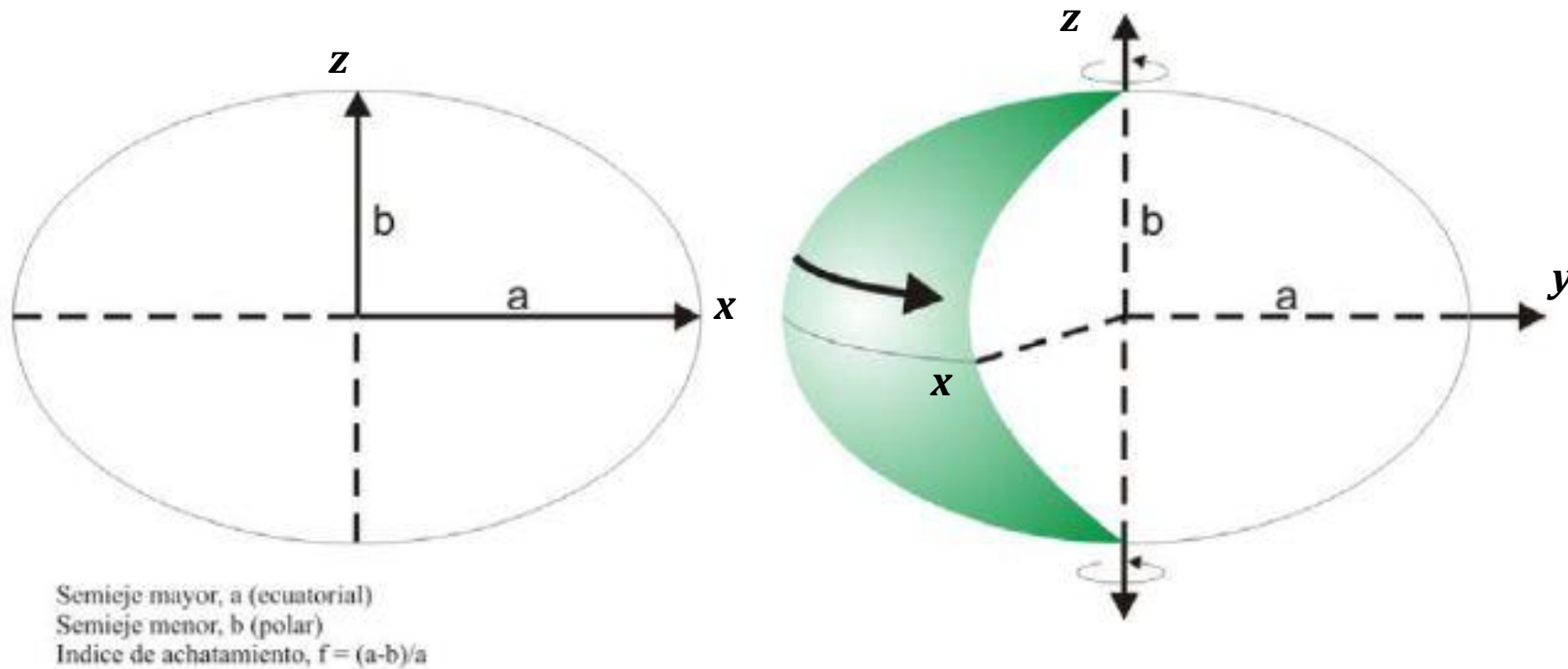


Posiciones en la Tierra

Elipsoide

Superficie de referencia geométrica de la Tierra debido a las necesidades prácticas de representación y cálculos. Un cuerpo de revolución achatado en los polos.

Ecuación del Elipsoide $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

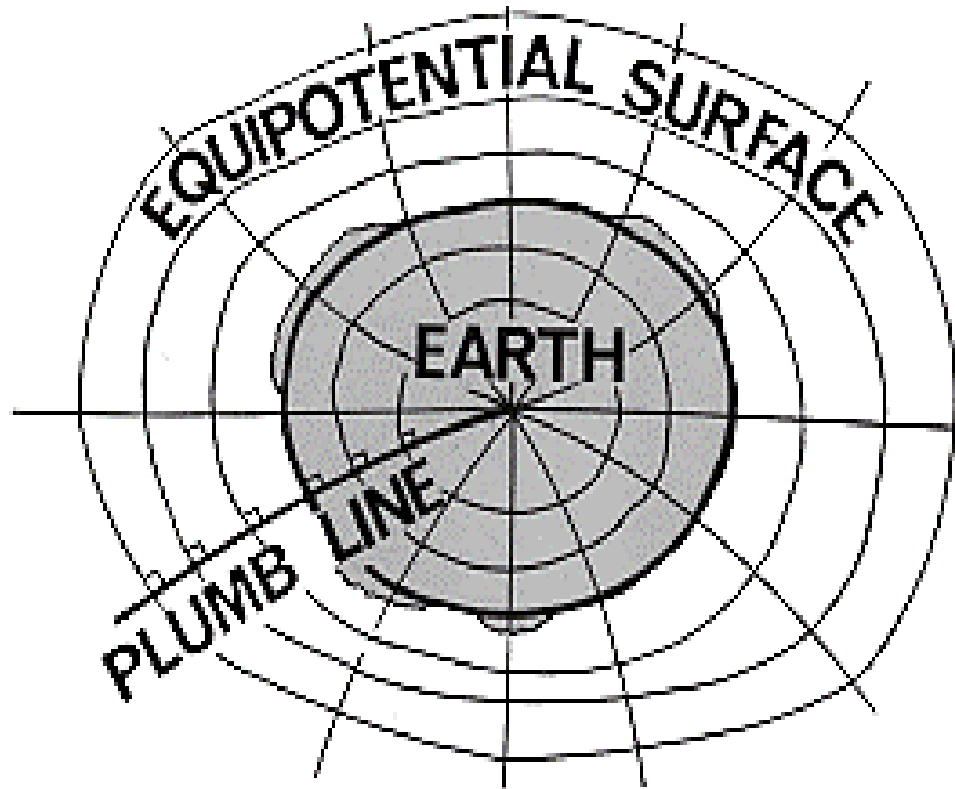


Posiciones en la Tierra

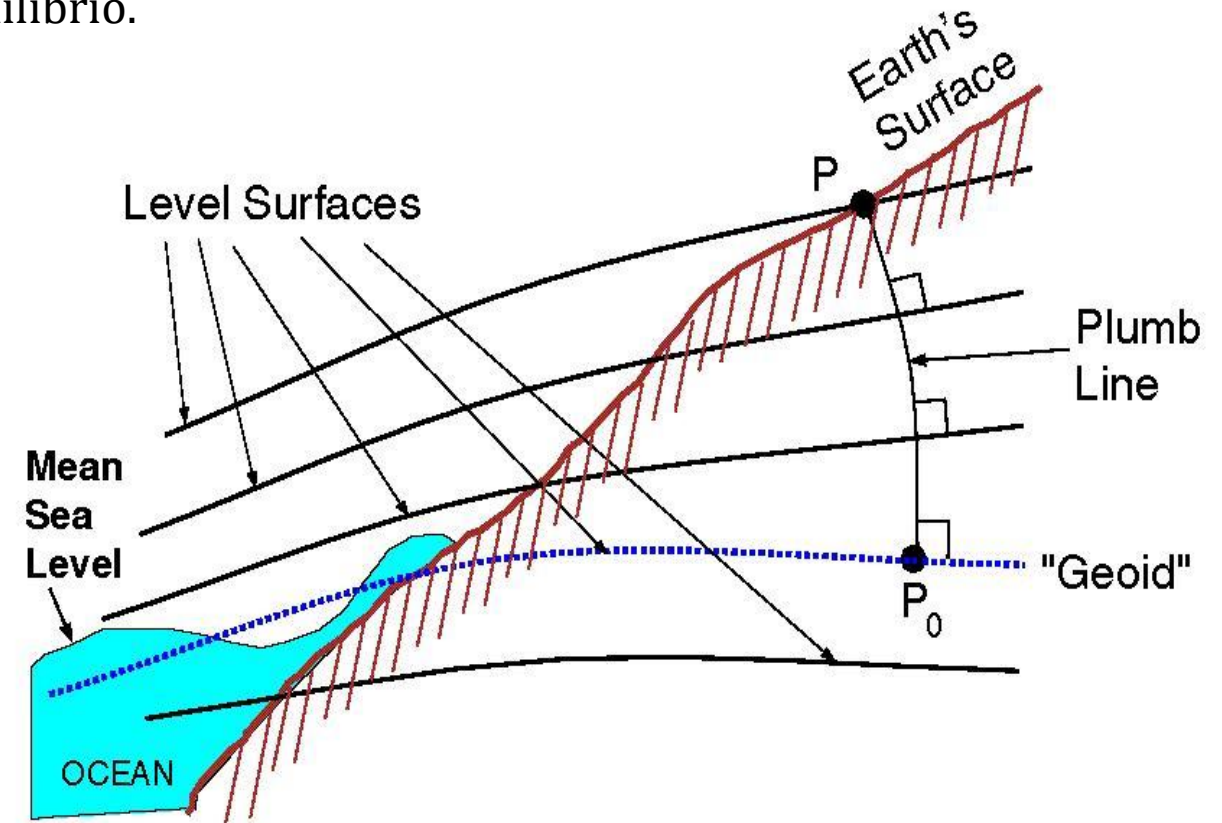
Geoide

Superficie fisicomatemática considerando la superficie de los océanos, sin el efectos de las corrientes, mareas y otras perturbaciones. Ésta forma parte de una superficie de nivel o equipotencial del campo de gravedad de la Tierra.

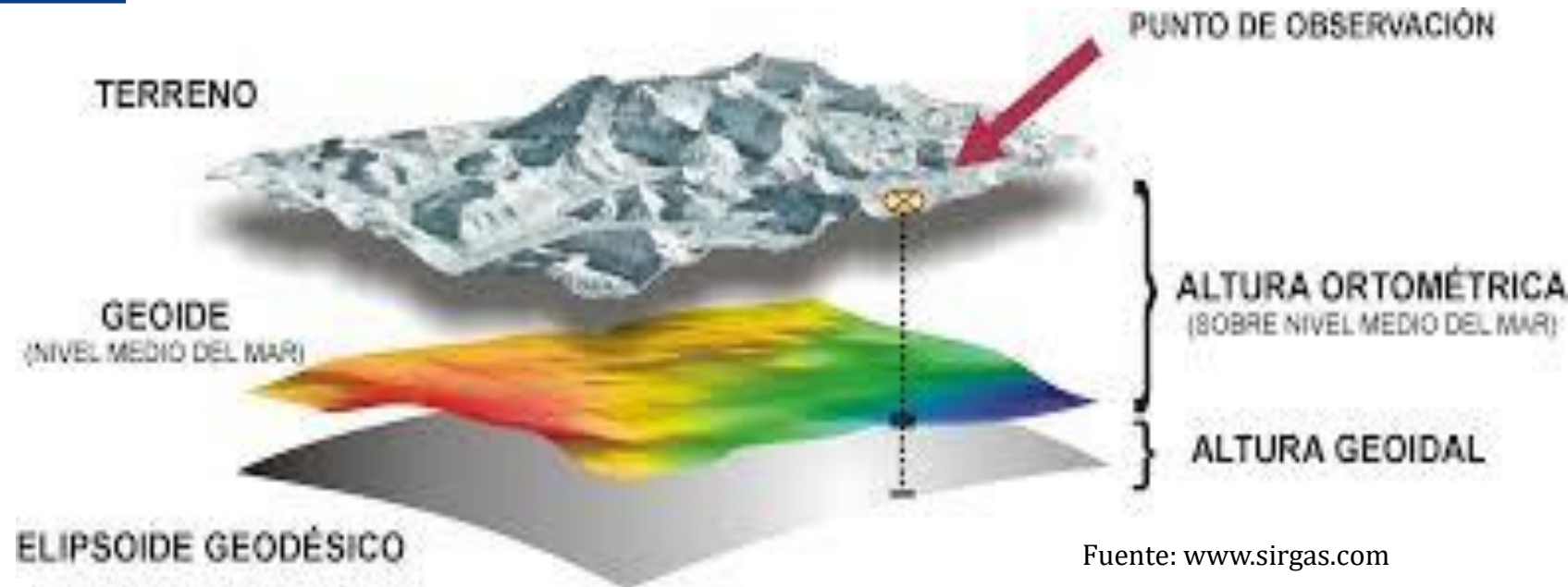
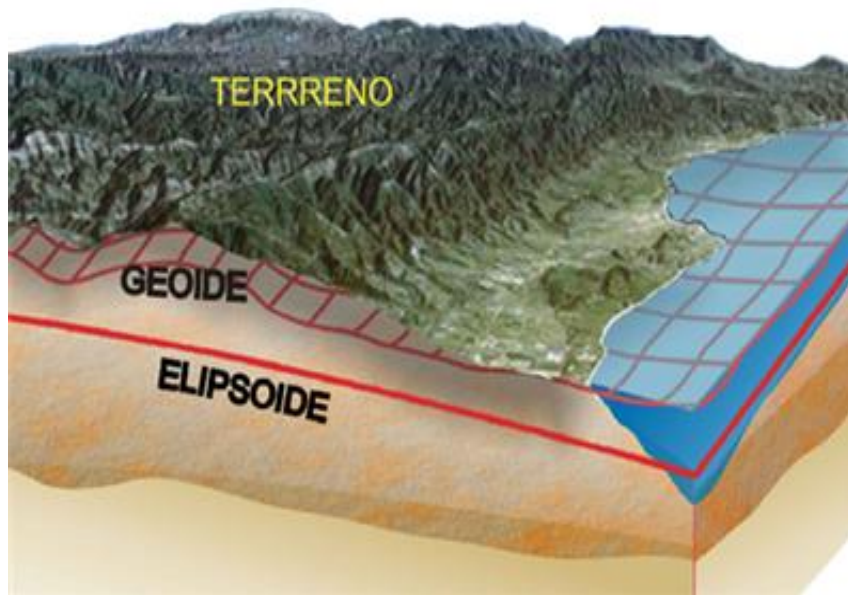
$$W = W(x, y, z) = V + \Phi = G \iiint_v \frac{\rho}{l} dv + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$



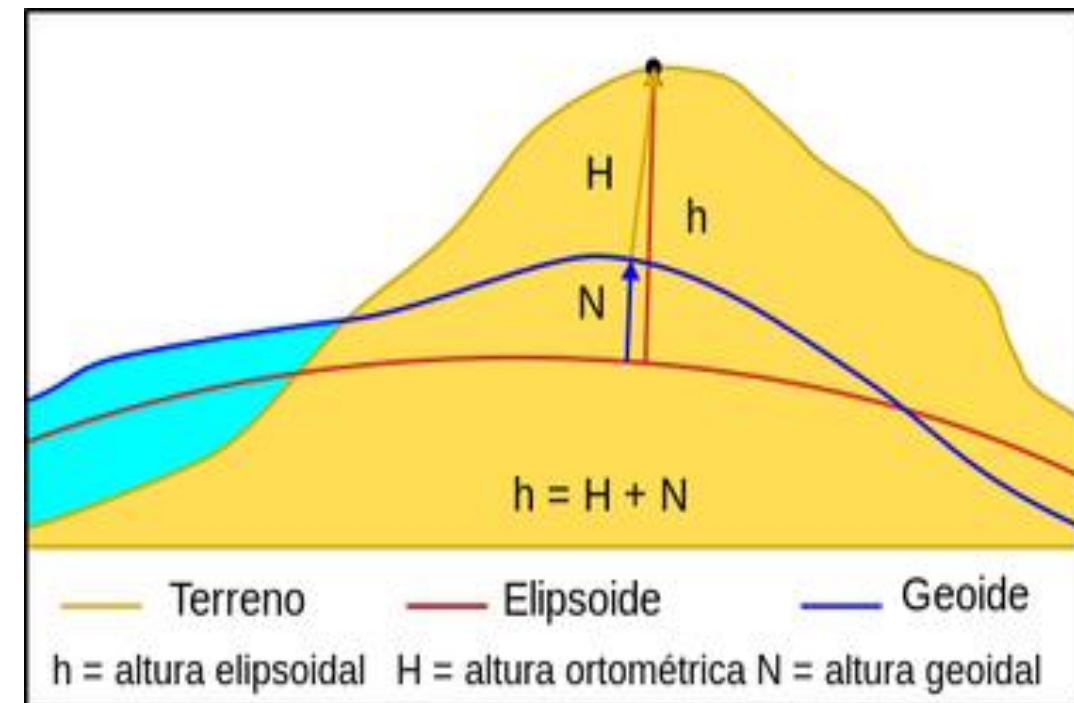
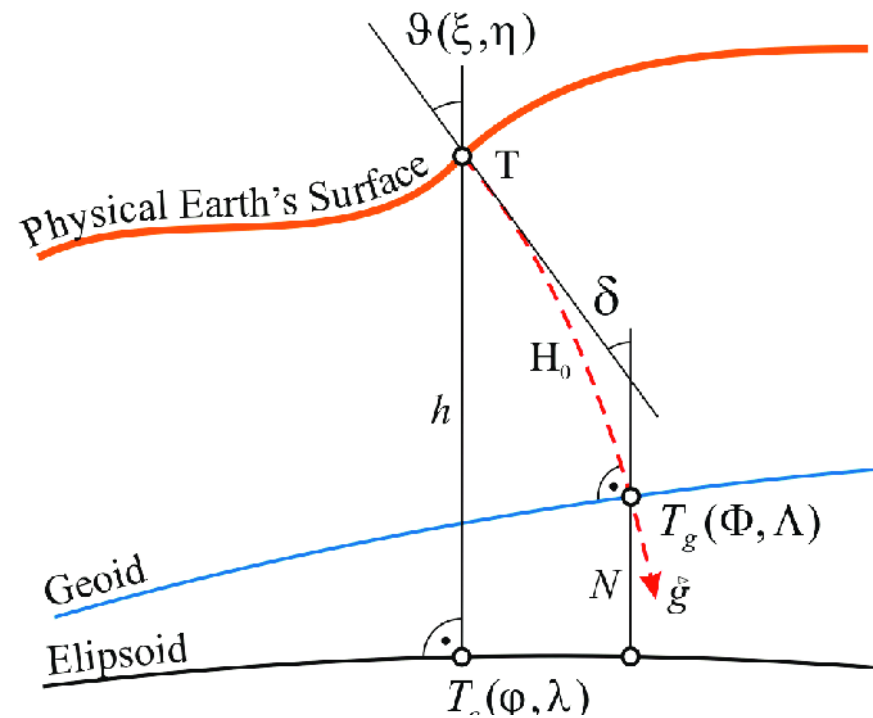
Geoide (Helmert, 1880): superficie del océano, extendida por debajo de los continentes, la cual es descrita por una condición de equilibrio.



Posiciones en la Tierra

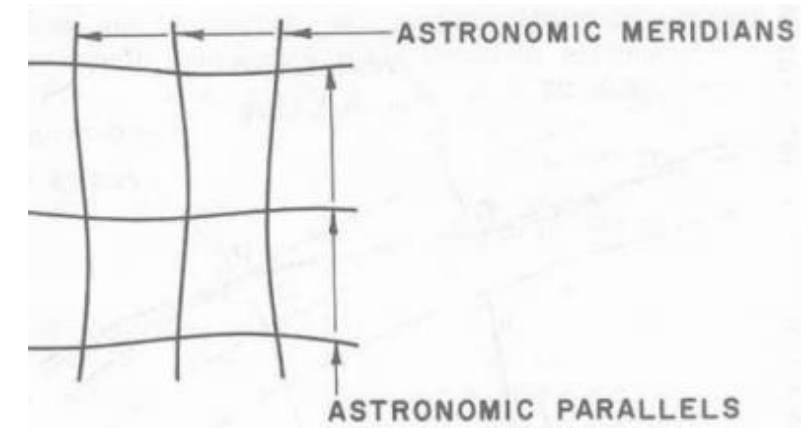
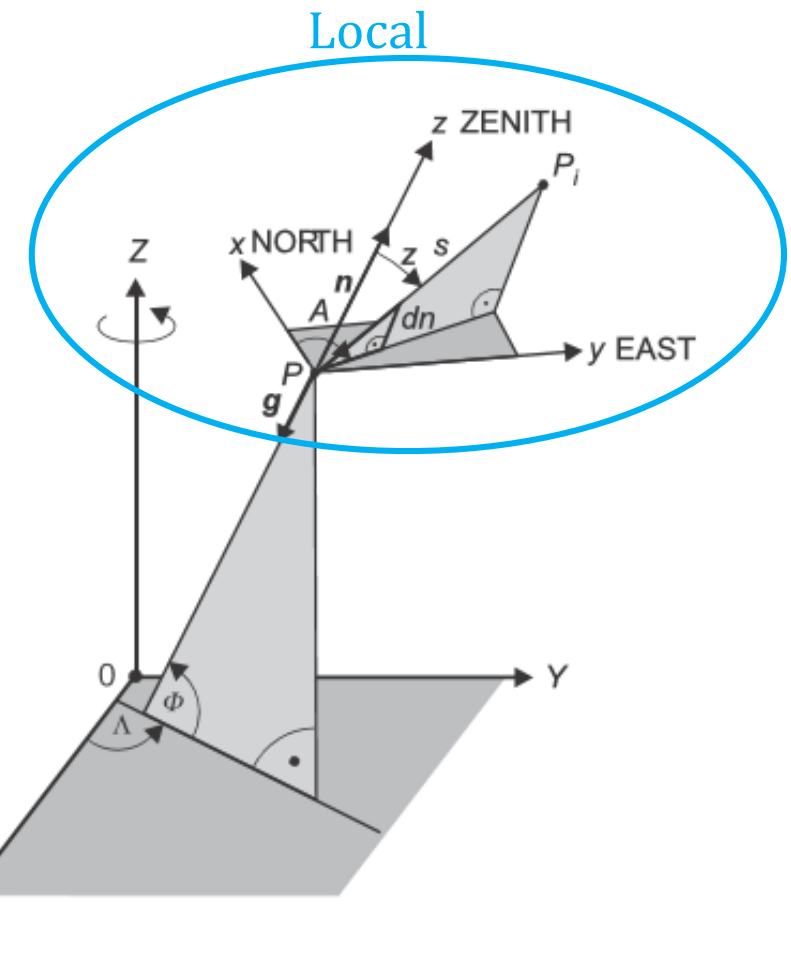
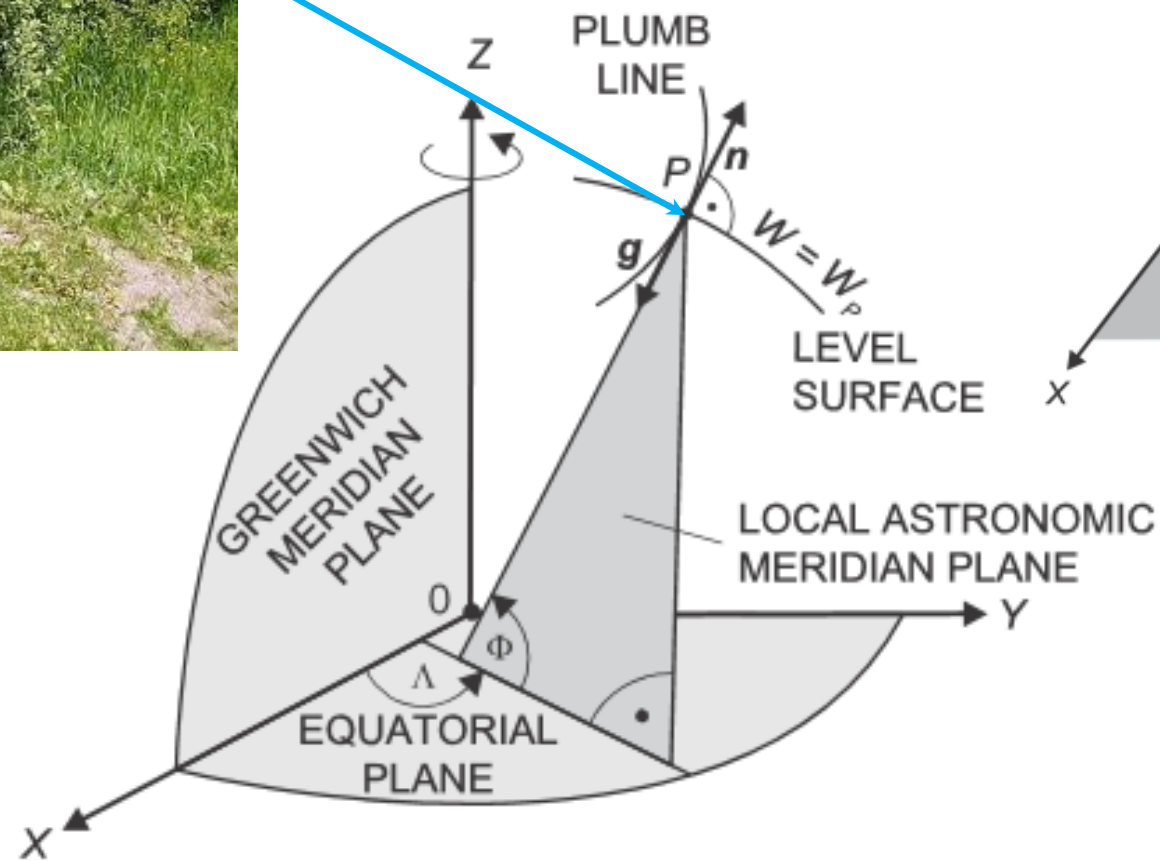


Fuente: www.sirgas.com



Fuente: Rezo, Milan & Markovinović, Danko & Šjivarić, Marko. (2014). Influence of the earth's topographic masses on vertical deflection. Tehnicki Vjesnik. 21. 697-705.

Posiciones en la Tierra



(4) Jekeli, C. (2012). Geometric reference systems in geodesy (2012 edition). Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

(5) Torge, W., & Müller, J. (2012). *Geodesy*. Walter de Gruyter.

Posiciones en la Tierra

¿Por qué sistemas y marcos de referencia?^(3,5)



La Tierra, su entorno y los cuerpos celestes componen un sistema dinámico. La cinemática y dinámica de este sistema es uno de los mayores desafíos de la geodesia, la geofísica y la astronomía.

- movimiento de las placas tectónicas,
- mareas terrestres y oceánicas,
- efectos de cargas sobre la corteza terrestre,
- movimiento de los polos,
- rotación de la Tierra,
- comportamiento dinámico del sistema Tierra-Luna,
- movimiento y rotación de los planetas y satélites,
- movimiento de las estrellas en las Galaxias,
- dinámica de los clusters de estrellas,
- rotación diferencial de la Galaxia,
- etc...

El propósito del *marco de referencia* es proveer los medios para materializar el *sistema de referencia* de manera tal que permita describir **cuantitativamente** posiciones y movimientos en la Tierra o de cuerpos celestes, incluida la Tierra, en el espacio.

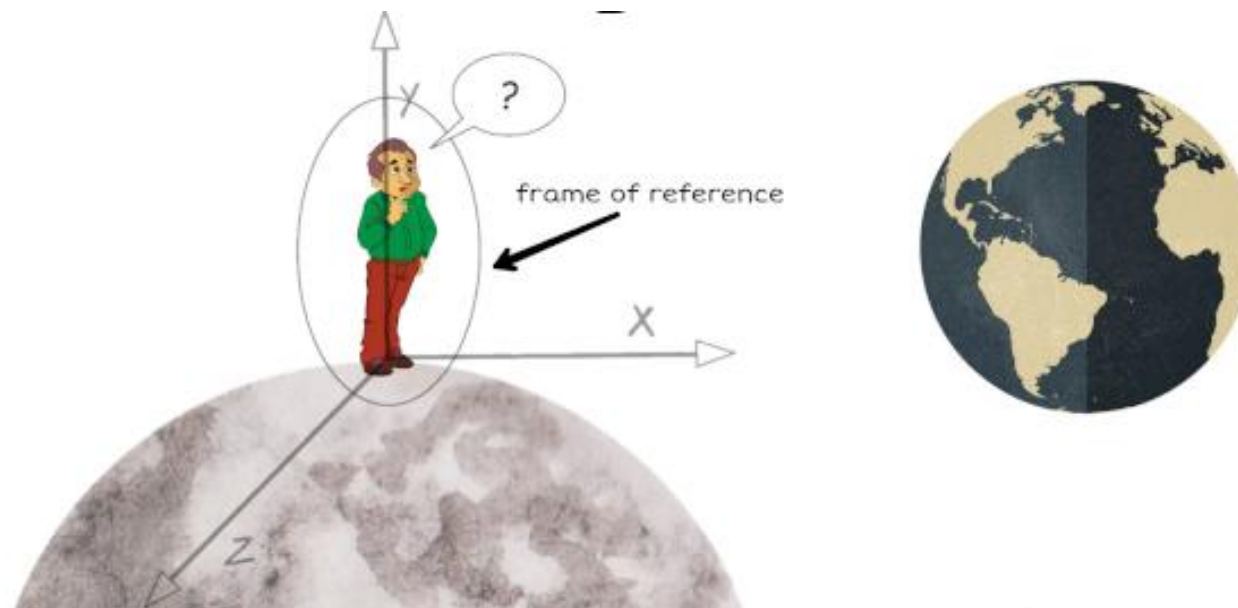
(3) Kovalevsky, J., Mueller, I. I., & Kolaczek, B. (Eds.). (1989). *Reference frames: in astronomy and geophysics* (Vol. 154). Springer Science & Business Media.

(5) Torge, W., & Müller, J. (2012). *Geodesy*. Walter de Gruyter.

Posiciones en la Tierra

Sistemas y Marcos de Referencias ^(4,5)

- **Sistema de Referencia:** es un conjunto de definiciones y convenciones que, junto con un modelo requerido, definen una terna de ejes coordenados. Es definido en términos de ubicación, orientación y métrica.
- **Marco de Referencia:** materialización (o realización) del sistema por medio de coordenadas de determinados puntos, accesibles directamente por ocupación u observación.



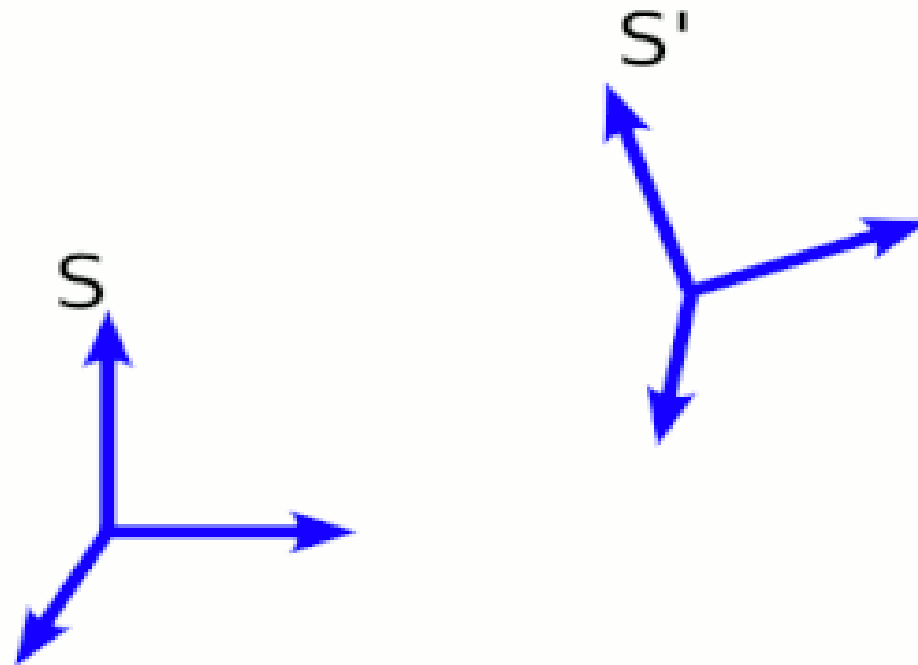
(4) Jekeli, C. (2012). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

(5) Torge, W., & Müller, J. (2012). *Geodesy*. Walter de Gruyter.

Posiciones en la Tierra

Sistemas y Marcos de Referencias ^(4,5)

- **Sistema de Referencia Celeste:** sistema en el que la mecánica Newtoniana (1ra Ley de Newton de movimiento) es válida; sistema necesario para estudiar el movimiento de cuerpos celestes y satélites artificiales en el espacio.
- **Sistema de Referencia Terrestre:** sistema para describir posiciones y movimientos de objetos sobre y cerca de la superficie de la Tierra, proporcionando las bases para los levantamientos nacionales, SIG y navegación. También sirve de base para determinaciones del campo de gravedad terrestre, movimientos propios de origen geofísico/geológico y las variaciones en el tiempo.



(4) Jekeli, C. (2012). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

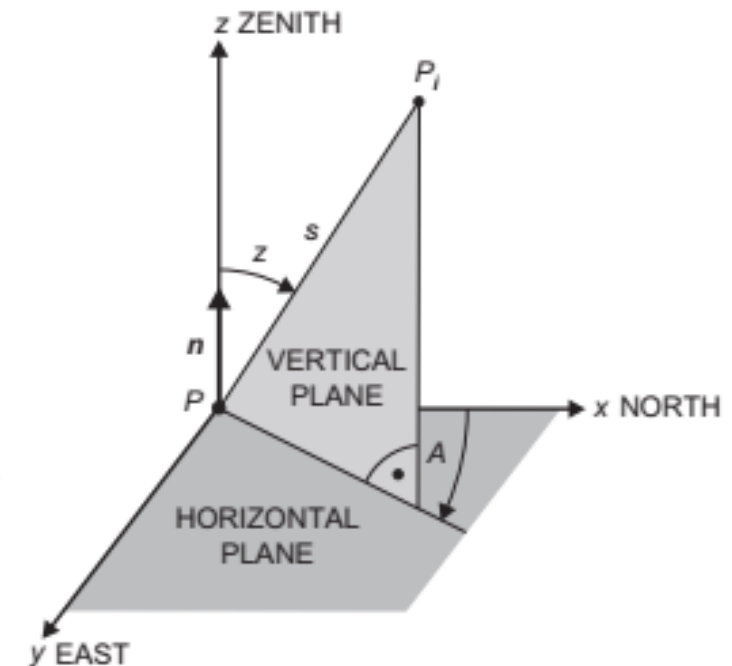
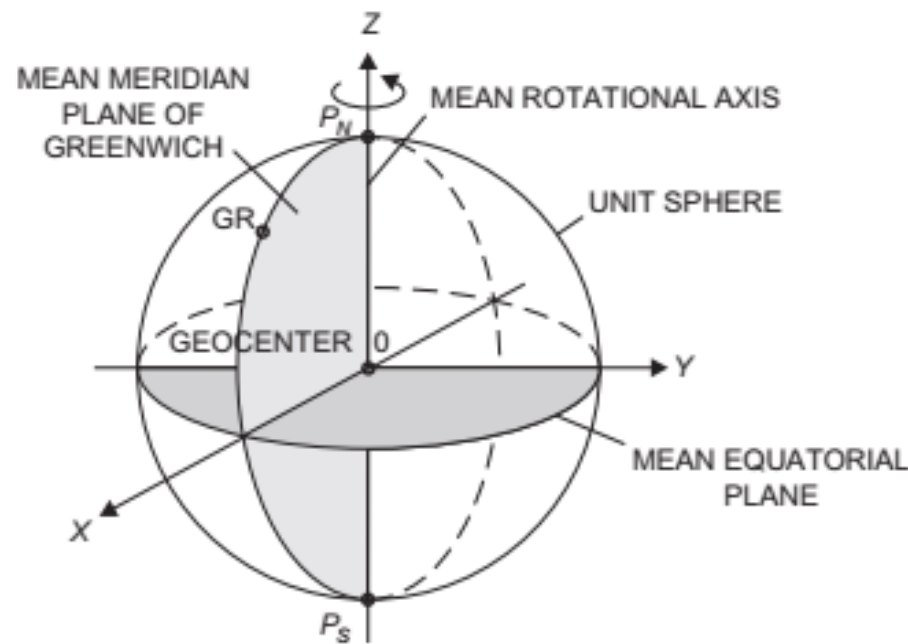
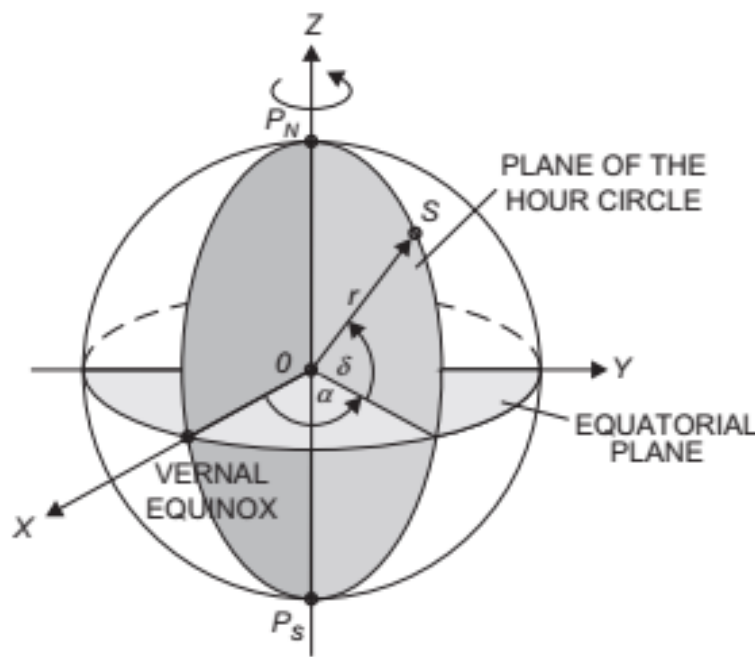
(5) Torge, W., & Müller, J. (2012). *Geodesy*. Walter de Gruyter.

Posiciones en la Tierra

Sistemas y Marcos de Referencias ⁽⁵⁾

- Los **sistemas de referencia** son necesarios para describir la **posición** y el **movimiento de la Tierra y otros cuerpos celestes**, incluidos los satélites artificiales, las **posiciones y movimientos en la superficie de la Tierra** y las partes estacionarias y variables en el tiempo del **campo de gravedad de la Tierra**.

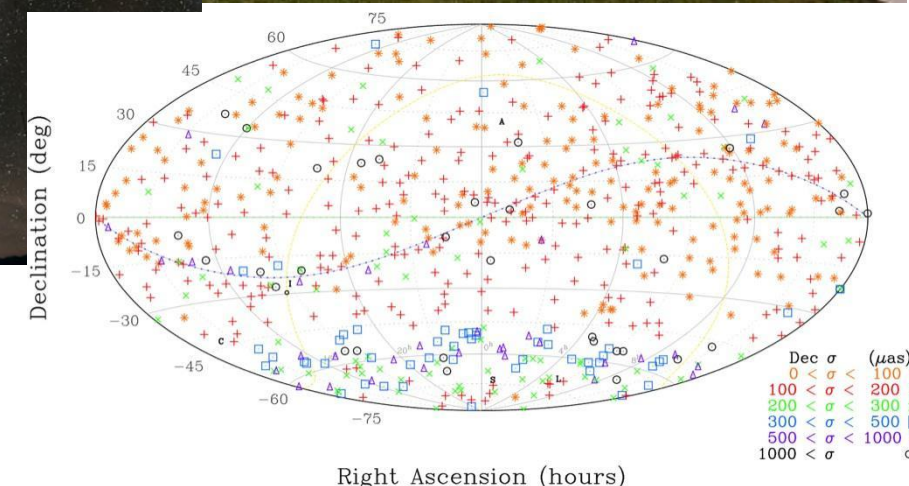
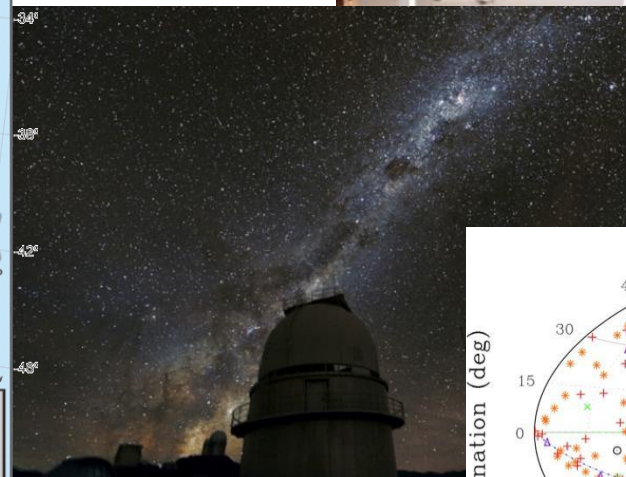
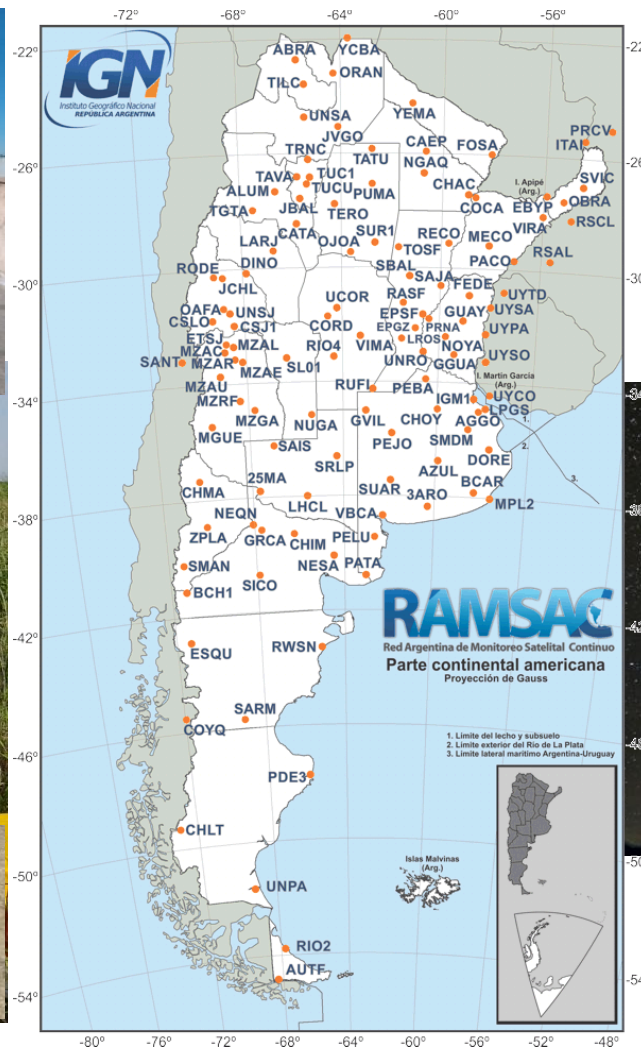
Representados por **sistemas de coordenadas (3D)** y se definen con respecto al origen, la orientación y la escala. **Una cuarta dimensión** (el **tiempo**) entra a través del **movimiento mutuo, de la Tierra y otros cuerpos celestes**, y a través de las **variaciones temporales de la forma de la Tierra, su campo gravitatorio y su orientación**.



Posiciones en la Tierra

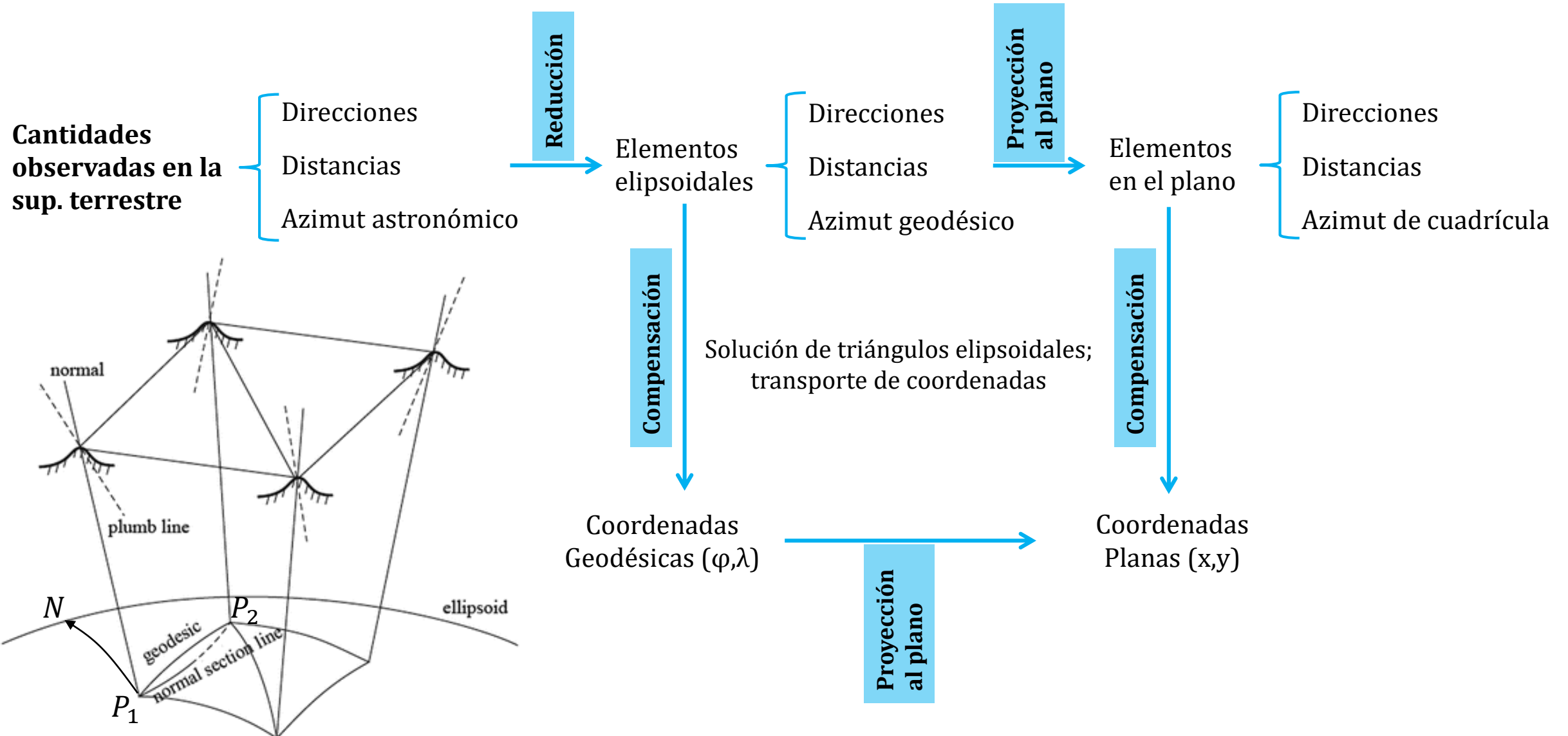
Sistemas y Marcos de Referencias ⁽⁵⁾

- Los sistemas de referencia se realizan a través de marcos de referencia que consisten en un conjunto de puntos u objetos fijos bien determinados, dados por sus coordenadas y velocidades en una época determinada. Sirven para modelar observaciones geodésicas, en función de una multitud de parámetros geométricos y físicos de interés para las Geociencias.



Geodesia

Determinación de coordenadas^(7,9,10):



Fuente: Lu Z., Qu Y., Qiao S. (2014)

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

(10) Jordan, W. (1962). *Handbook of Geodesy* (Vol. 3). Corps of Engineers, United States Army, Army Map Service

Geodesia

Reducción de observaciones terrestres al elipsoide^(7,9,10):

Observaciones en la sup. terrestre

- Coordenadas horizontales de un punto
- Altura de un punto

Direcciones
Distancias
Azimut astronómico

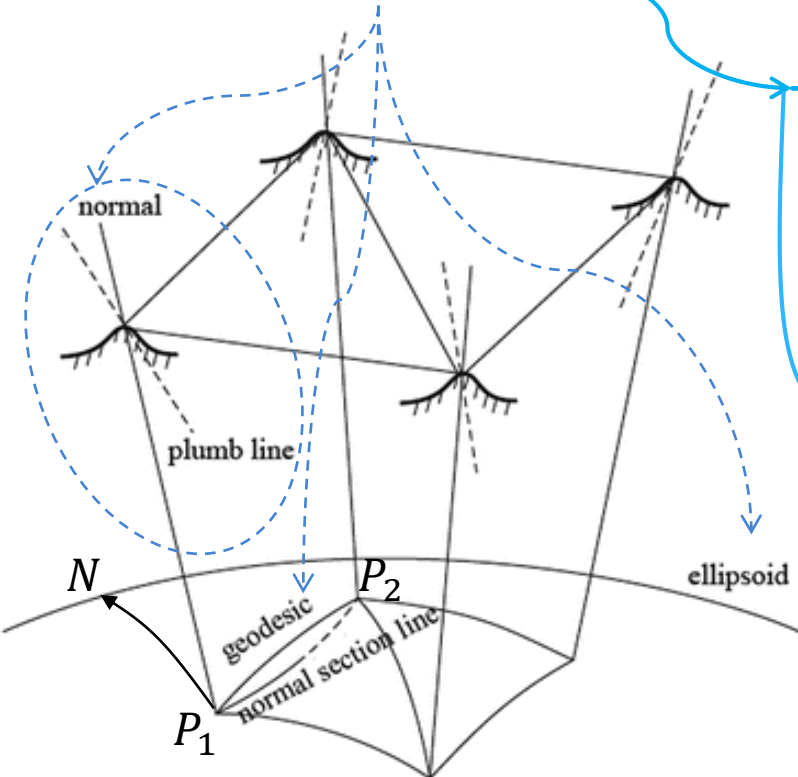
Reducción

Elementos elipsoidales

Reducciones

- Corrección por desviación de la vertical;
- Corrección por alabeo de normales;
- Corrección de sección normal a geodésica;
- Reducción de distancia cenital observada;
- Reducción de distancia observada al elipsoide.

- Relación entre Latitud y Longitud Astronómica y Latitud y Longitud Geodésica;
- Relación entre Azimut Astronómico y Azimut Geodésico (Azimut de Laplace).



Fuente: Lu Z., Qu Y., Qiao S. (2014)

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

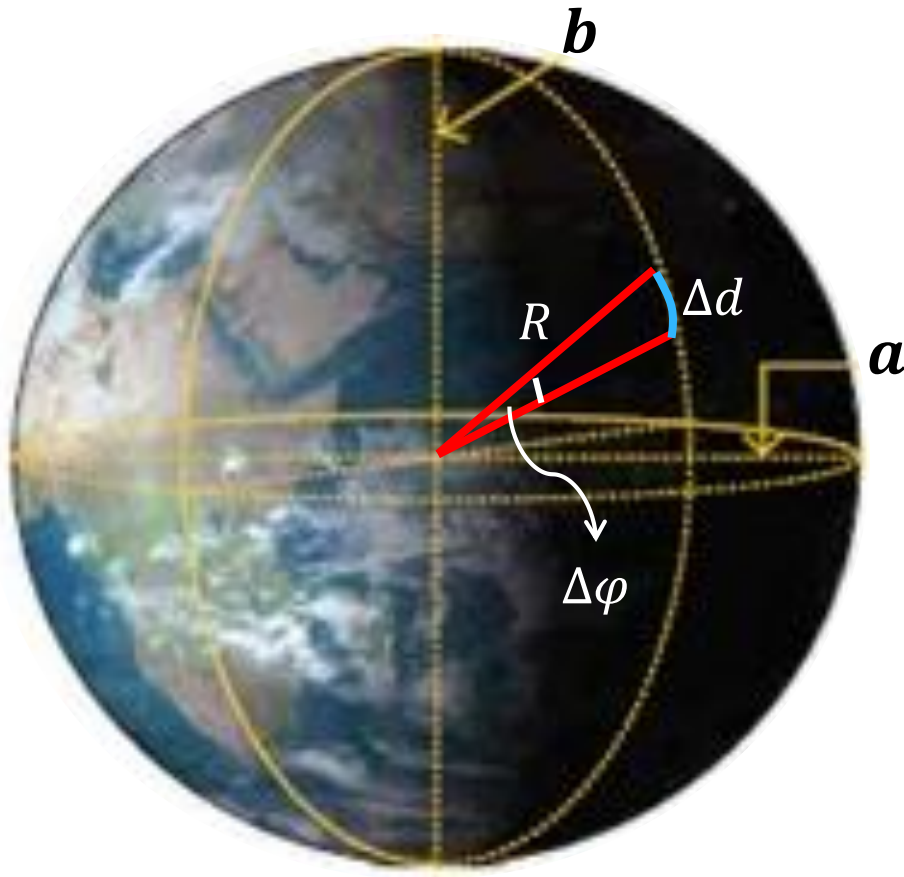
(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

(10) Jordan, W. (1962). *Handbook of Geodesy* (Vol. 3). Corps of Engineers, United States Army, Army Map Service

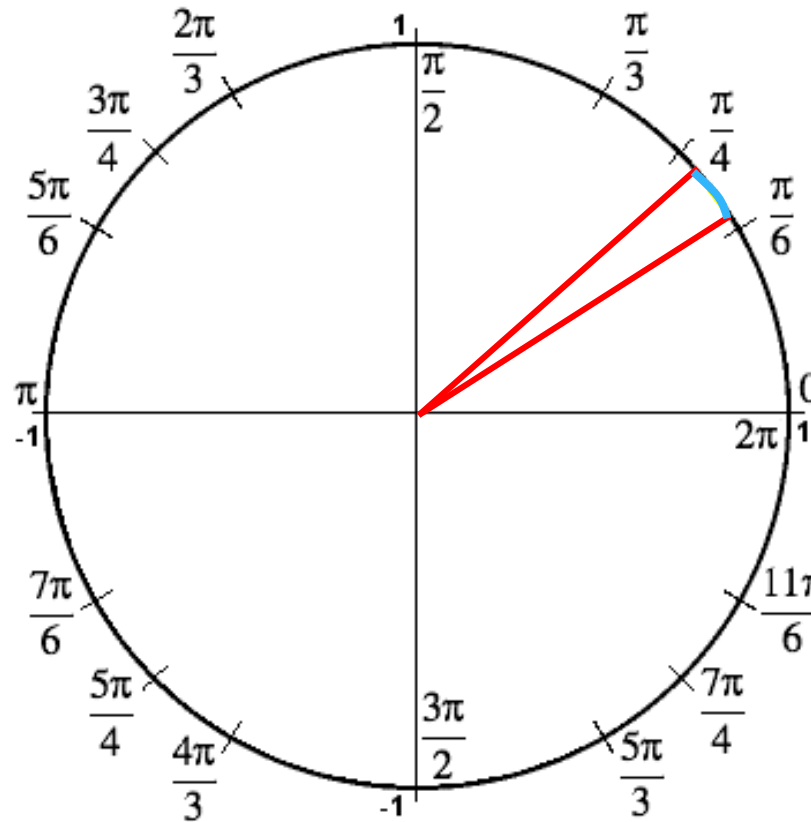
Geodesia

Relación de magnitudes^(6,7,9)

Elipsoide de revolución



Aproximación $\rightarrow R = \frac{1}{3}(a + a + b) \approx 6371008 \text{ m}$



$$360^\circ \equiv 2\pi R$$

$$360^\circ \equiv 2\pi 6371008 \text{ m}$$

$$1^\circ \approx 111195.066 \dots \text{ m}$$

$$3600'' \approx 111195.066 \text{ m}$$

$$1'' \approx 30.887 \dots \text{ m}$$

$$0.1'' \approx 3.0887 \text{ m}$$

$$0.01'' \approx 0.30887 \text{ m}$$

$$0.001'' \approx$$

$$1 \text{ radián} \rightarrow \sim 206264.8''$$

Fuente: <https://civilgeeks.com>

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations..* Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

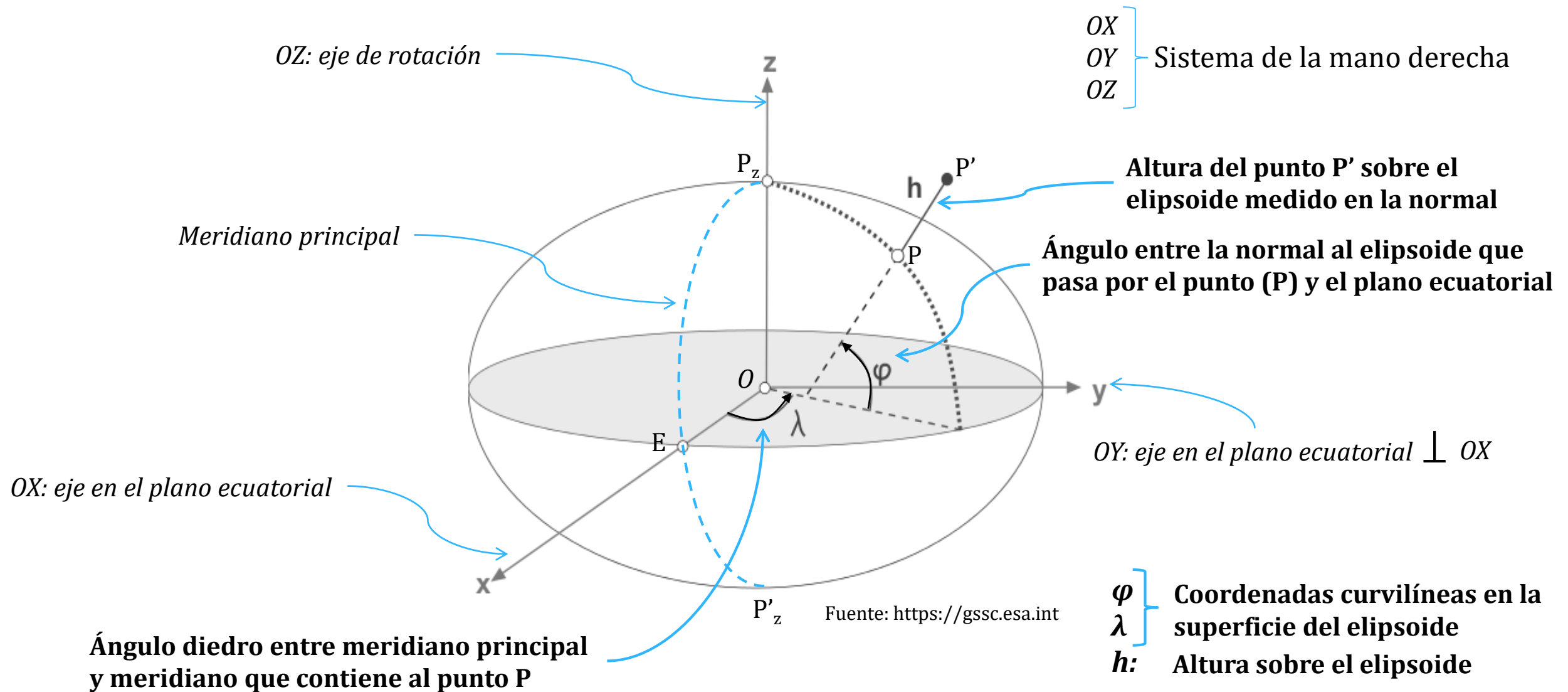
(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I.* Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy.* Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

Geodesia

Coordenadas Geodésicas^(6,7,9):

Elipsoide rotacional con centro en O



[6] Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations..* Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

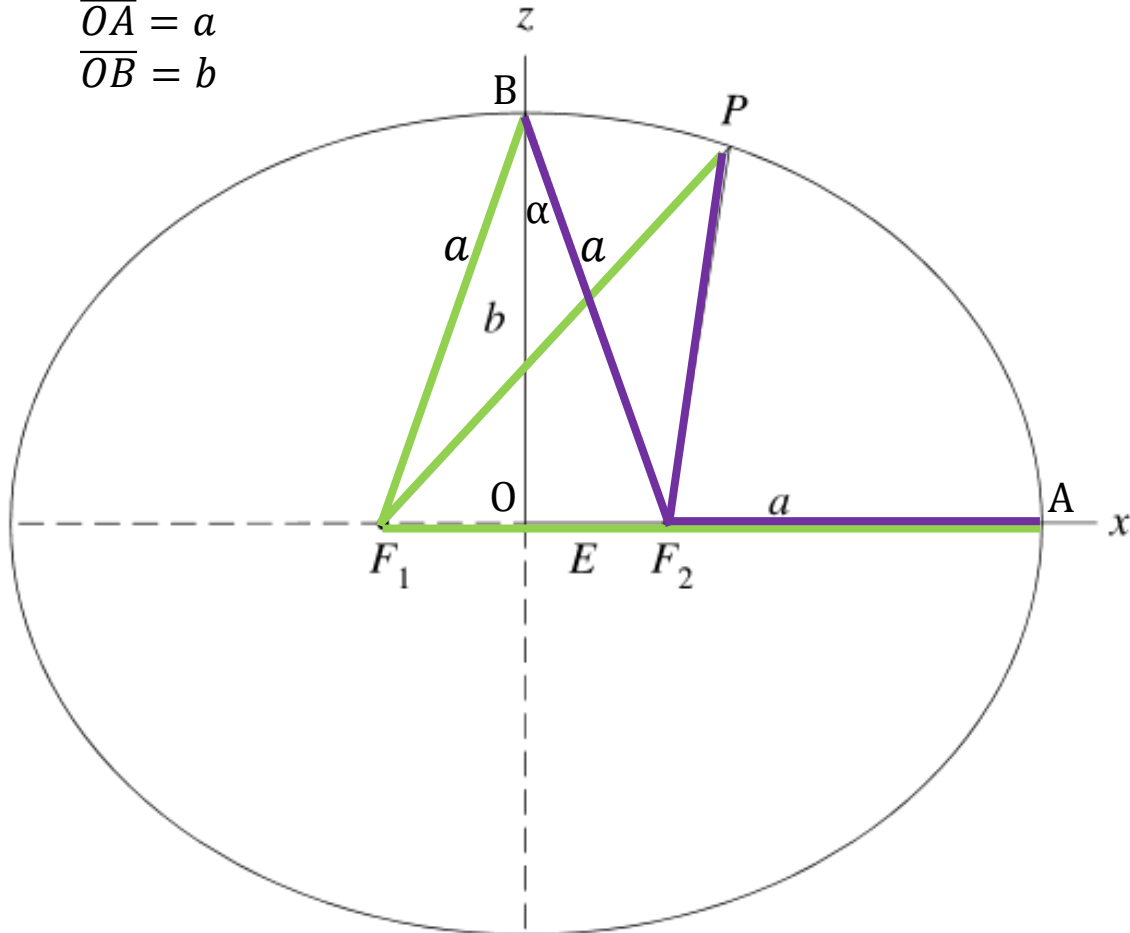
(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

Geodesia

Geometría de la Elipse^(6,7,9): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

$$\overline{OA} = a$$

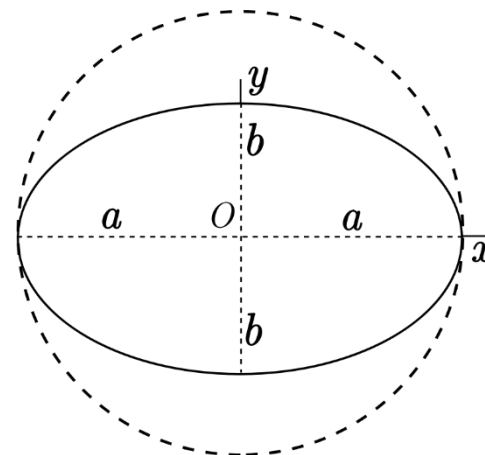
$$\overline{OB} = b$$



Fuente: Jekeli, C. (2006)

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1P + F_2P = \text{Constante} \\ F_1A + F_2A = 2a \\ F_1B + F_2B = 2a \\ F_1O = F_2O = \sqrt{a^2 - b^2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{a-b}{a}, (\text{aplastamiento}) \\ e = \frac{OF_1}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, (\text{primera excentricidad}) \\ e' = \frac{OF_1}{b} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}, (\text{segunda excentricidad}) \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Semi-eje mayor: } a \\ \text{Achatamiento: } f = \frac{a-b}{a} \end{array} \right.$$

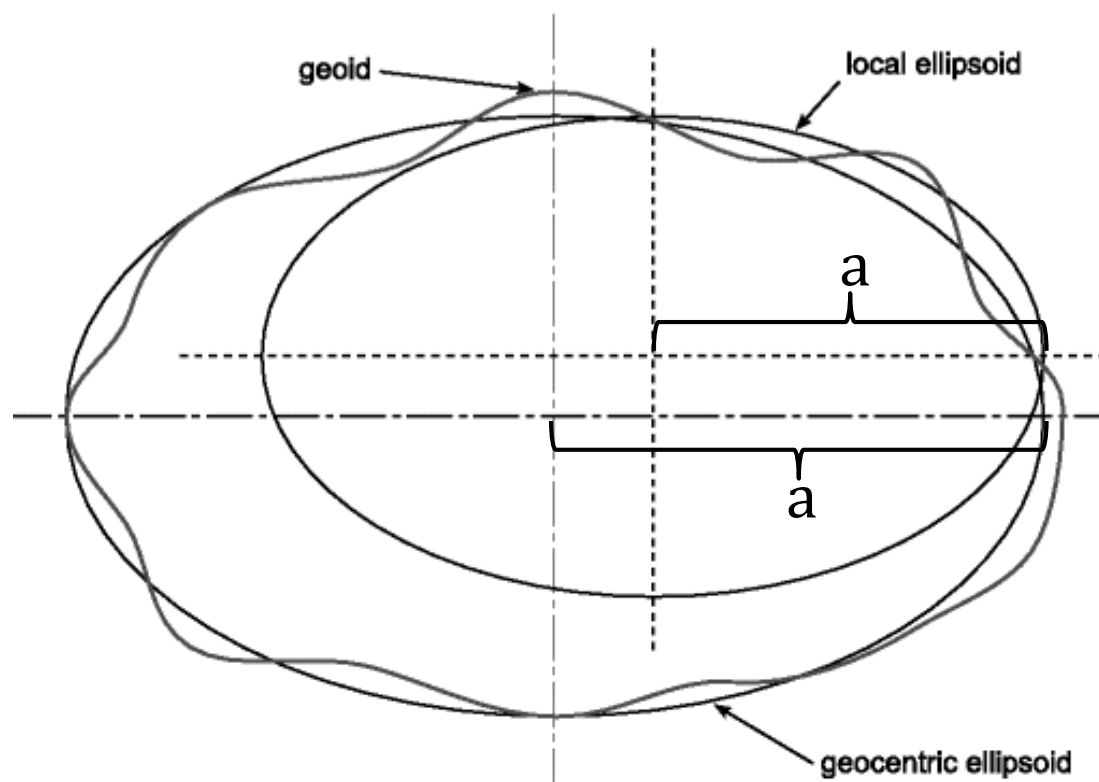
(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations..* Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I.* Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy.* Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

Geodesia

Elipsoides^(6,7,9):



Fuente: Gomasasca, M.A. (2009)

Table 2.1: Terrestrial Ellipsoids, from (Rapp 1991, Table 10.1).

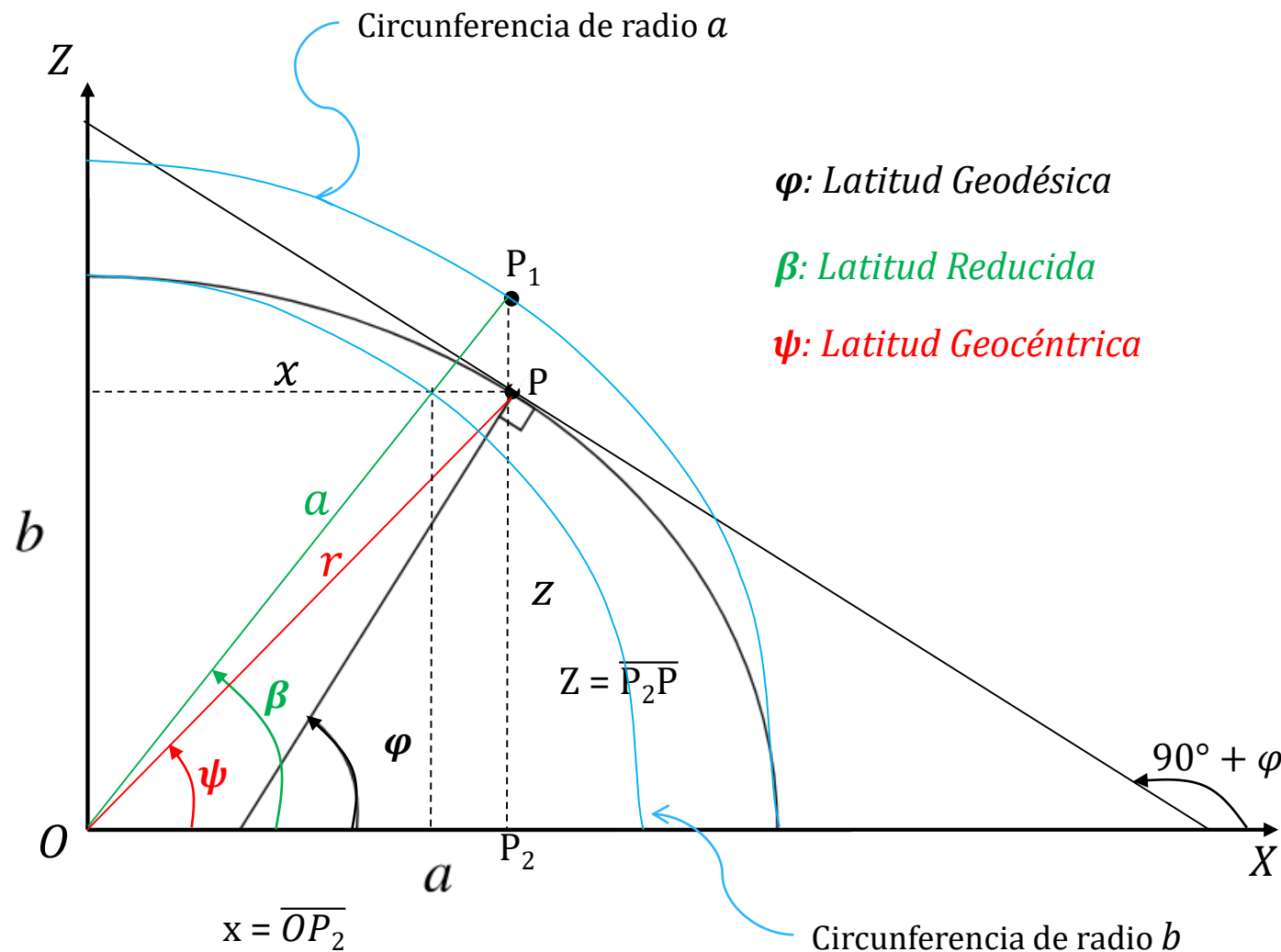
Ellipsoid Name (year computed)	semi-major axis, a [m]	inverse flattening, $1/f$
Airy (1830)	6377563.396	299.324964
Everest (1830)	6377276.345	300.8017
Bessel (1841)	6377397.155	299.152813
Clarke (1866)	6378206.4	294.978698
Clarke (1880)	6378249.145	293.465
Modified Clarke (1880)	6378249.145	293.4663
International (1924)	6378388.	297.
Krassovski (1940)	6378245.	298.3
Mercury (1960)	6378166.	298.3
Geodetic Reference System (1967), GRS67	6378160.	298.2471674273
Modified Mercury (1968)	6378150.	298.3
Australian National	6378160.	298.25
South American (1969)	6378160.	298.25
World Geodetic System (1966), WGS66	6378145.	298.25
World Geodetic System (1972), WGS72	6378135.	298.26
Geodetic Reference System (1980), GRS80	6378137.	298.257222101
World Geodetic System (1984), WGS84	6378137.	298.257223563
TOPEX/Poseidon (1992) (IERS recomm.)*	6378136.3	298.257

* McCarthy (1992)

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations..* Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I.* Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.
(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy.* Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

Geodesia

Elipse Meridiana: Elipse meridiana que pasa por P (Rapp, R., 1991)



Obtención de x y z con β

$$\begin{cases} (OP_2)^2 + (P_2P_1)^2 = a^2 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \cos \beta \\ z = b \sen \beta \end{cases}$$

Obtención de x y z con φ

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(90^\circ + \varphi) \\ b^2 x^2 + a^2 z^2 = a^2 b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a \cos \varphi}{(1 - e^2 \sen^2 \varphi)^{1/2}} \\ z = \frac{a (1 - e^2) \sen \varphi}{(1 - e^2 \sen^2 \varphi)^{1/2}} \end{cases}$$

Obtención de x y z con ψ

$$\begin{cases} x = r \cos \psi \\ z = r \sen \psi \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a(1 - e^2)^{1/2} \cos \psi}{(1 - e^2 \cos^2 \psi)^{1/2}} \\ z = \frac{a(1 - e^2)^{1/2} \sen \psi}{(1 - e^2 \cos^2 \psi)^{1/2}} \end{cases}$$

Relación entre las latitudes

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{z}{x} \rightarrow \operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \beta = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi$$

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

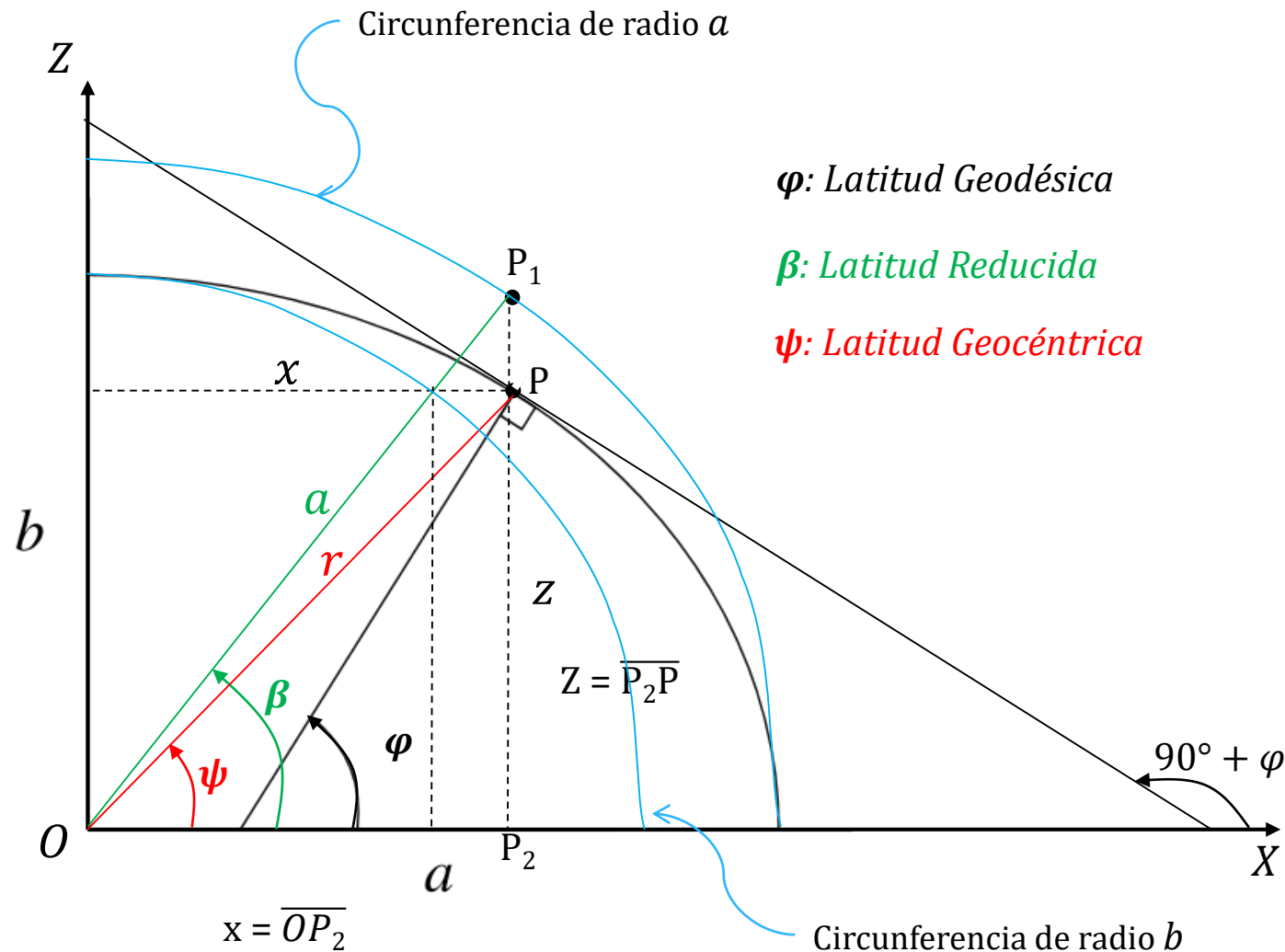
(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

Geodesia

Elipse Meridiana:

Elipse meridiana que pasa por P



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

$$z = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \rightarrow z' = \frac{dz}{dx} = \frac{b}{a} \frac{-2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{dx}{dz} = \frac{a}{b} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{z}{x} = \frac{b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}{x} = \frac{b \sqrt{a^2 - x^2}}{a x}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \psi$$

(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

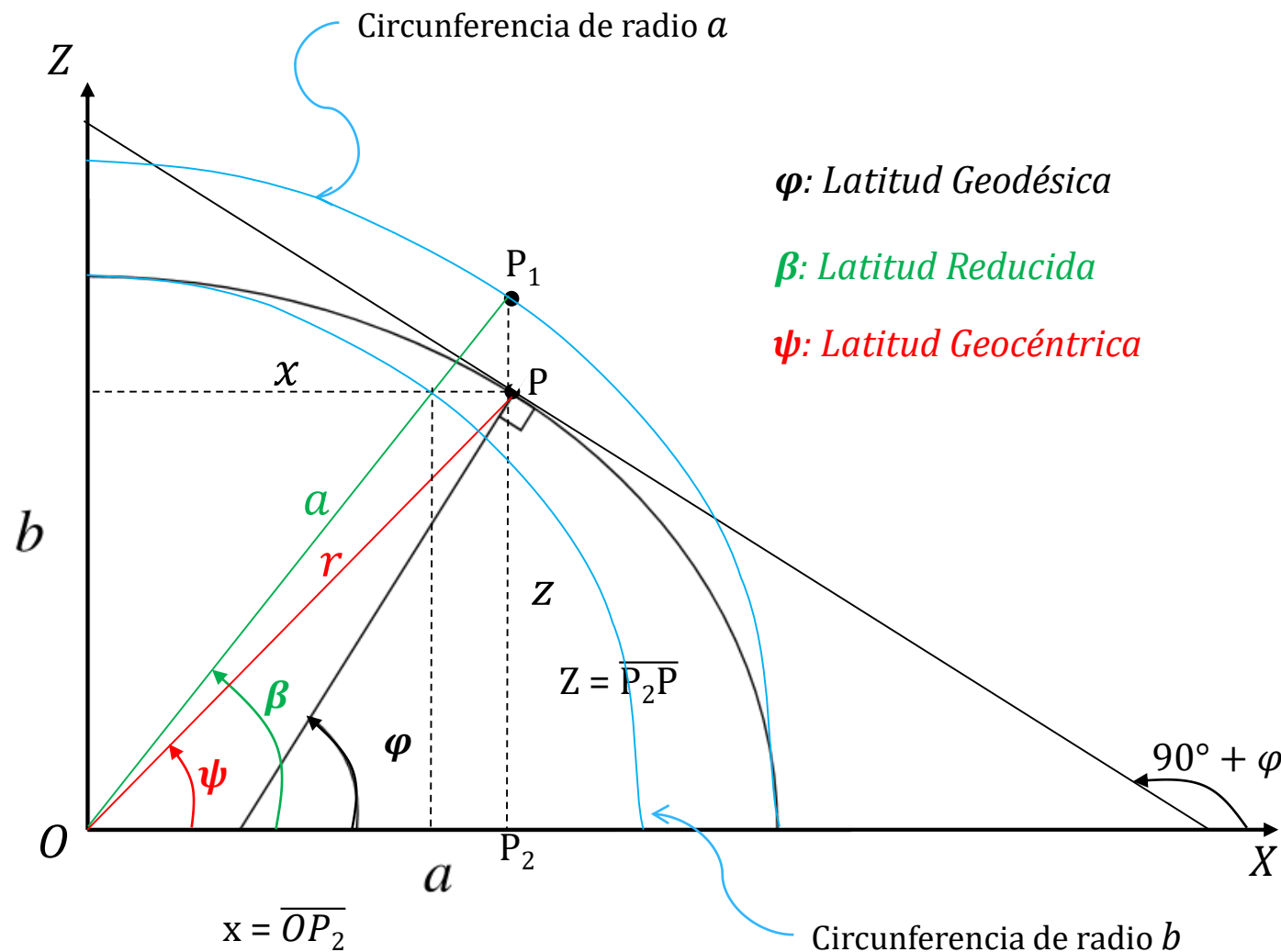
(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

Geodesia

Elipse Meridiana: Elipse meridiana que pasa por P

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$



$$\begin{aligned} x &= a \cos \beta \\ z &= b \sin \beta \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} dx &= -a \sin \beta d\beta \\ dz &= b \cos \beta d\beta \end{aligned}$$

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{dx}{dz} = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta$$

Relación entre las latitudes

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \psi = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \beta = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi$$

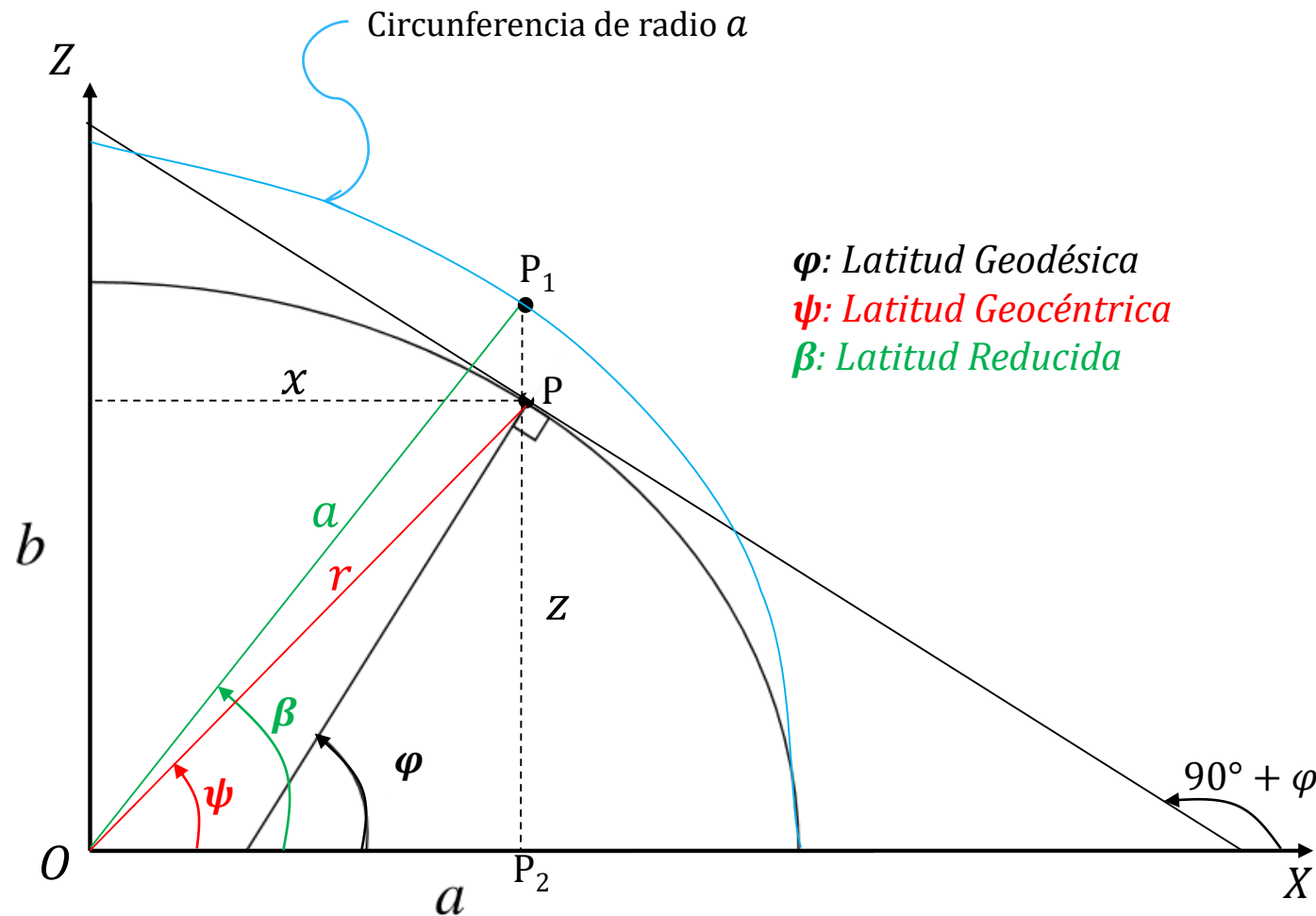
(6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

(7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

(9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.

Geodesia

Elipse Meridiana: Elipse meridiana que pasa por P



Diferencia entre las distintas latitudes

$$(1.a) \operatorname{tg}(\varphi - \beta) = \frac{n \operatorname{sen} 2\varphi}{1 + n \cos 2\varphi}$$

$$(1.b) \varphi - \beta = n \operatorname{sen} 2\varphi - \frac{n^2}{2} \operatorname{sen} 4\varphi + \frac{n^3}{3} \operatorname{sen} 6\varphi + \dots$$

$$(2.a) \ tg(\varphi - \psi) = \frac{e^2 \sin 2\varphi}{2(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}$$

$$(2.b) \quad \varphi - \psi = m \operatorname{sen} 2\varphi - \frac{m^2}{2} \operatorname{sen} 4\varphi + \frac{m^3}{3} \operatorname{sen} 6\varphi + \dots$$

$$n = \frac{f}{2-f} = \frac{1-\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}}$$

$$m = \frac{2f-f^2}{1+(1-f)^2} = \frac{2n}{1+n^2}$$

- (6) Krakiwsky, Edward J., and Donald B. Thomson (1974). *Geodetic position computations*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
- (7) Rapp, Richard H. (1991). *Geometric geodesy part I*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.
- (9) Jekeli, C. (2006). *Geometric reference systems in geodesy*. Division of Geodetic Science, School of Earth Sciences. Ohio State University.

DIFERENCA GEODESICA-REDUCIDA

