

ASIGNATURA: Cálculo Superior	AÑO: 2026
CARÁCTER: Ciclo de Formación Obligatoria	
CARRERA: Maestría en Matemática	
RÉGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 70 horas

PROFESORES RESPONSABLES

- Teoría: FERNÁNDEZ CULMA, Edison Alberto (Universidad Nacional de Córdoba & CONICET)
- Práctica: NUÑO, Fernanda (Universidad Nacional de Tucumán)

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En esta asignatura se estudian las variedades diferenciables, que son espacios topológicos provistos de una estructura adicional que permite definir de manera intrínseca nociones de suavidad: tales como funciones y aplicaciones suaves, y desarrollar sobre estos espacios herramientas del cálculo diferencial.

Una variedad diferenciable puede identificarse localmente con conjuntos abiertos de un espacio euclídeo, aunque dicha identificación no necesariamente se extiende de manera global. Esta descripción local posibilita la extensión del análisis matemático en varias variables a un amplio conjunto de espacios geométricos.

A lo largo del curso se introducen y estudian las herramientas básicas de la geometría diferencial, culminando con la noción de volumen en variedades. Las variedades diferenciables desempeñan un papel central en la modelización matemática de fenómenos que pueden describirse de manera local, pero no global, mediante parámetros, y aparecen de forma natural en diversas áreas de la matemática y sus aplicaciones.

El objetivo de esta asignatura es que el/la estudiante adquiera los conceptos y técnicas básicas que le permitan abordar y resolver problemas geométricos. Asimismo, se busca fomentar el desarrollo de la intuición geométrica, junto con la comprensión de la necesidad de la precisión en el uso del lenguaje y del rigor en la justificación de las afirmaciones matemáticas. Al mismo tiempo, la materia tiene como propósito brindar una base sólida que prepare al/la estudiante para encarar cursos más especializados en geometría y para la lectura y comprensión de trabajos científicos en el área.

En particular, se espera que el/la estudiante logre:

- Comprender y utilizar adecuadamente el lenguaje matemático propio de la asignatura.
- Desarrollar destreza en la aplicación de las técnicas del cálculo diferencial.
- Establecer relaciones entre los conceptos matemáticos introducidos y aplicarlos en distintos contextos.
- Comprender en detalle los resultados fundamentales de la materia y ser capaz de reproducirlos y explicarlos de manera oral y escrita.
- Adquirir familiaridad con el enfoque y las herramientas básicas de la geometría diferencial que resultan necesarias para estudios posteriores y para el acceso a literatura especializada.
- Desarrollar la capacidad de razonamiento abstracto y de trabajo autónomo con definiciones, ejemplos y demostraciones.

CONTENIDO

Unidad 1: Variedades diferenciables y su fibrado tangente.

Variedades diferenciables (Ejemplos). Funciones diferenciables. Vectores tangentes. Espacio tangente de una variedad en un punto. Base de vectores coordenados. Velocidad de una curva. La diferencial de una función y su matriz respecto de bases de vectores coordenados. La regla de la cadena. Estructura diferenciable del espacio tangente. Particiones de la unidad.

Unidad 2: Subvariedades

Subvariedades incrustadas (Ejemplos). Teorema de la Función Inversa. Funciones independientes en un punto de una variedad. Condiciones necesarias o suficientes para que funciones en un abierto de una variedad sean parte de un sistema coordenado, o para que algunas de ellas formen un sistema coordenado. Lema de factorización. Rebanadas. Forma local de una inmersión. Extensión de funciones diferenciables definidas en una subvariedad. Teorema de la subvariedad implícita. Submersiones.

Unidad 3: Campos vectoriales

Extensión local de un campo a lo largo de una inmersión. Curvas integrales de un campo vectorial. Dependencia diferenciable de los valores iniciales. Flujo local y grupo local monoparamétrico asociado a un campo. Campos vectoriales completos. El corchete de Lie de campos vectoriales. La derivada de Lie de un campo vectorial. Condición para la existencia de un sistema de coordenadas cuyos campos asociados coincidan con campos vectoriales dados. Grupos de Lie (Ejemplos). Álgebra de Lie de un grupo de Lie.

Unidad 4: Formas diferenciales

Funciones multilineales alternantes. Producto exterior. Formas diferenciales. La derivada exterior de formas diferenciales. Formas diferenciales cerradas o exactas. Pull-back de formas diferenciales.

Unidad 5: Distribuciones

Distribuciones integrables. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius local. Teorema de Frobenius global. Subvariedad integral maximal. Lema de factorización para subvariedades integrables. Subgrupos de Lie.

Unidad 6: Integración sobre variedades

Orientación de espacios vectoriales de dimensión finita. Variedades orientables u orientadas. Integración en variedades. Teorema de Stokes.

BIBLIOGRAFÍA

Básica

- John M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds. Graduate Texts in Mathematics 218. Second Edition. Springer Science+Business Media New York (2012)

Complementaria

- William M. Boothby: An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry. Pure and Applied Mathematics 63. Second Edition. Academic Press (An imprint of Elsevier Science) USA (2003)
- Claudio Gorodski: Smooth Manifolds. Compact Textbooks in Mathematics, Springer Nature Switzerland AG (2020)
- Yozo Matsushima: Differentiable Manifolds. Pure and Applied Mathematics 9. Marcel Dekker New York (1972)
- Michael Spivak: A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Volume 1. Third Edition. Publish or Perish inc. Texas (1999)
- Loring W. Tu: An Introduction to Manifolds. Universitext. Second Edition. Springer-Verlag New York (2008)
- Frank W. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics 94. Springer New York (1983)

EVALUACIÓN

La asignatura contará con dos evaluaciones parciales, cada una de las cuales dispondrá de una instancia de recuperación.

El examen final constará de una evaluación escrita sobre contenidos teórico-prácticos y de una evaluación oral orientada a la exposición y discusión de los aspectos teóricos fundamentales de la materia.

Regularidad

Para obtener la condición de regularidad, se deberá aprobar dos evaluaciones parciales o sus correspondientes instancias de recuperación.

Promoción

Esta materia no tiene promoción.