

## EL CONO DE VAPOR DE STODOLA Y LA ECUACIÓN DE FLÜGEL

Referencias: (1) Revista BWK – Mai 1954- Band 6 – FET 5 – páginas 157 a 192  
(2) "Turbomaschinen" Tomo I, pag. 383 de W. Traupel

El Cono de Vapor de Stodola establece la relación entre caudal másico (kg/s) y las presiones inicial y final, en el caso de un conjunto de etapas de una turbo máquina, siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

- Ecurrimiento subcrítico; el fluido no debe alcanzar la velocidad del sonido en ninguna sección de paso.
- La temperatura inicial debe ser constante
- No deben variar las secciones de paso

Esta relación, obtenida empíricamente por Stodola, se expresa mediante la siguiente expresión:

$$(K * m_s)^2 = p_1^2 - p_2^2 \quad (1)$$

$K$  : constante que caracteriza las pérdidas de carga en toda la línea del proceso

$m_s$  : caudal másico (kg/s)

$p_1$  : presión inicial

$p_2$  : presión final del proceso

Si se representan las tres variables en un sistema espacial de coordenadas, los puntos pertenecen a la superficie de un cono de base circular cuando se eligen las mismas escalas para representar  $p_2$  y  $m_s$ . Ver la figura C1, donde se representó el Cono con el origen de la coordenada  $p_1 = 0$ , coincidente con el vértice del mismo.

Si se corta la superficie del cono con planos horizontales correspondientes a valores constantes de la contrapresión  $p_2$ , resulta una familia de hipérbolas que se representan en el plano  $K * m_s - p_1$ , como se muestra en la figura C2 con la construcción gráfica de una hipérbola para una determinada  $p_2 = \text{constante}$ :

En el triángulo rectángulo OBC, es:  $OB = p_1$ ,  $OC = p_2$ ,  $BC = K * m_s$ , con lo que se verifica la ecuación (1). En el caso de turbinas de condensación, donde  $p_2$  es mucho menor que  $p_1$ , resulta la hipérbola muy próxima a la recta de  $45^\circ$ , o sea  $K * m_s \approx p_1$ .

La expresión del Cono de Vapor de Stodola resulta muy útil cuando se estudia la regulación de las T. V.

### La ecuación de Flügel:

El flujo de vapor de agua a través de etapas de turbinas, o un conjunto de laberintos o por tuberías, válvulas, placas de orificio conectados en serie, obedece a la ecuación de Flügel, con la condición de que las secciones de paso se mantengan constantes y que en ningún punto se establezca la velocidad del sonido (velocidad de Laval). No es aplicable entonces en los casos de la primera etapa (o rueda de regulación) con admisión parcial por grupos de toberas para presiones delante de éstas, pues las secciones varían con la carga y además se

puede alcanzar la velocidad del sonido. La expresión de dicha ecuación es la siguiente:

$$\frac{G}{G_0} = \sqrt{\frac{p_1 * v_{1,0}}{p_{1,0} * v_1}} * \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^n}{1 - \left(\frac{p_{2,0}}{p_{1,0}}\right)^n}} \quad (2)$$

- G: caudal de vapor [kg/h]
- $p_1, p_2$ : Presión absoluta al inicio y final de la expansión del vapor
- $v_1$ : Volumen específico al inicio de la expansión
- $n = 2 - \eta_i * \frac{k-1}{k}$  con  $\eta_i$ : rendimiento interno de la expansión
- $k = \frac{c_p}{c_v}$
- $c_p$ : Relación de los calores específicos del vapor a presión y volumen constante  $k = 1,31$  para vapor sobrecalentado;  $k = 1,135$  para vapor saturado seco

Los subíndices 1 y 2 se refieren a los estados del vapor al inicio y final de la expansión. El subíndice cero se refiere al estado del vapor a las condiciones de servicio nominal o conocidas.

Para un proceso de laminación (entalpía constante), es el rendimiento  $\eta_i = 0$  y resulta  $n = 2$ .

Como el rendimiento es menor que 1, se puede tomar con mucha aproximación  $n = 2$  en todos los casos y la ecuación (1) se simplifica a:

$$\frac{G}{G_0} = \sqrt{\frac{p_1 * v_{1,0}}{p_{1,0} * v_1}} * \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{p_{2,0}}{p_{1,0}}\right)^2}} \quad (3)$$

Para gases ideales y aproximadamente para vapor altamente sobrecalentado y presiones medianas (zona del diagrama i-s donde las curvas de temperatura son casi horizontales), vale la ecuación de estado:  $p * v = R * T$  y la primera raíz se puede transformar en:

$$\sqrt{\frac{p_1 * v_{1,0}}{p_{1,0} * v_1}} = \frac{p_1}{p_{1,0}} * \sqrt{\frac{T_{1,0}}{T_1}} \quad (4)$$

Y para pequeñas variaciones de presión, con  $T_{1,0} = T_1 = constante$ , resulta:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{p_1}{p_{1,0}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{p_{2,0}}{p_{1,0}}\right)^2}} \quad (5)$$

Esta ecuación (5) es la que corresponde al cono de vapor de Stodola y se puede transformar en:

$$\left(\frac{G}{G_0}\right)^2 = \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_{1,0}^2 - p_{2,0}^2}; \text{ y reemplazando } \frac{p_{1,0}^2 - p_{2,0}^2}{G_0^2} = k^2 = \text{constante}, \text{ resulta:}$$

$$(k * G)^2 = p_1^2 - p_2^2 \quad (6)$$

que corresponde a una familia de hipérbolas y representada en un sistema espacial de coordenadas, resulta el "Cono de Vapor de Stodola", y  $k$  es una constante que caracteriza las pérdidas de carga de todo el sistema.

### Factor de corrección del cono de vapor

En los casos en que la temperatura inicial del proceso de expansión no sea constante:  $T_{1,0} \neq T_1$ , se introduce un factor  $\delta$  que corrige los valores de caudal del cono de vapor.

La expresión (4) se puede transformar aplicando la ecuación de estado de los gases ideales:

$$\sqrt{\frac{p_1 * v_{1,0}}{p_{1,0} * v_1}} = \frac{p_1}{p_{1,0}} * \sqrt{\frac{T_{1,0}}{T_1}} = \frac{p_1}{p_{1,0}} * \sqrt{\frac{p_{1,0} * v_{1,0}}{p_1 * v_1}} \quad (7)$$

Con  $\delta = \sqrt{\frac{p_{1,0} * v_{1,0}}{p_1 * v_1}}$  resulta:

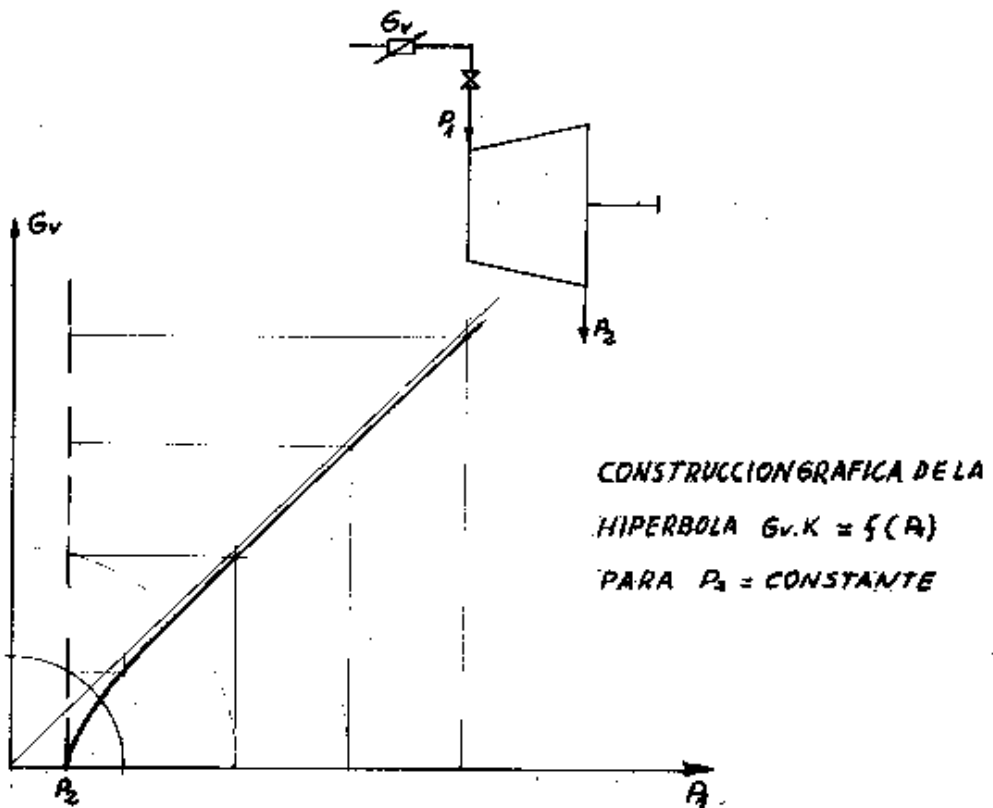
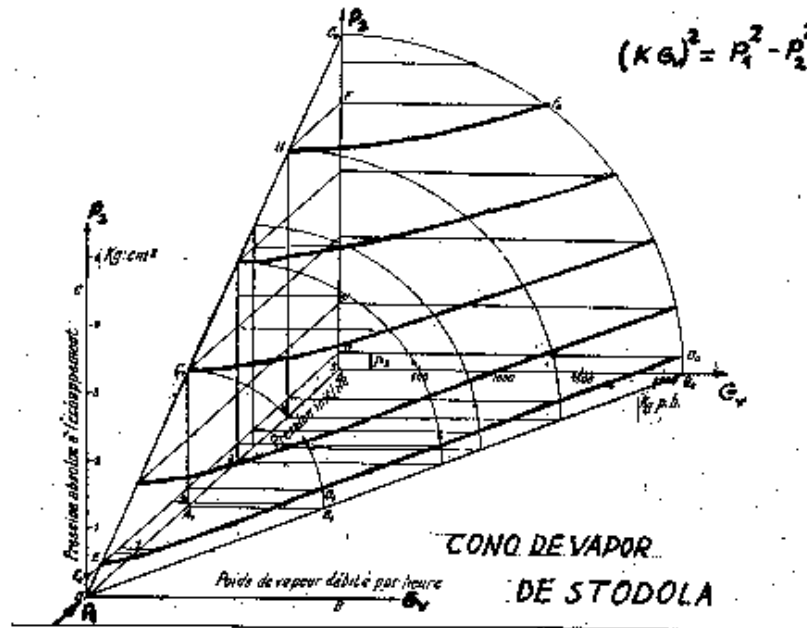
$$\frac{G}{G_0} = \delta * \frac{p_1}{p_{1,0}} * \sqrt{\frac{1 - (P_2/P_1)^2}{1 - (P_{2,0}/P_{1,0})^2}} \quad (7)$$

El factor  $\delta$  tiene en cuenta la variación de la entalpía  $i_1$  del vapor, pues como se puede observar en el diagrama  $i - s$ , para un determinado valor de la entalpía (línea horizontal), se cumple que el producto  $p * v$  es aproximadamente constante en la zona de vapor sobrecalentado, donde las líneas de temperatura son casi horizontales. O sea que se puede definir  $\delta$  en función de las entalpías  $i_{1,0}(p_{1,0}, v_{1,0})$  y de  $i_1(p_1, v_1)$ , como lo muestra el ábaco de la Revista BWK de referencia.

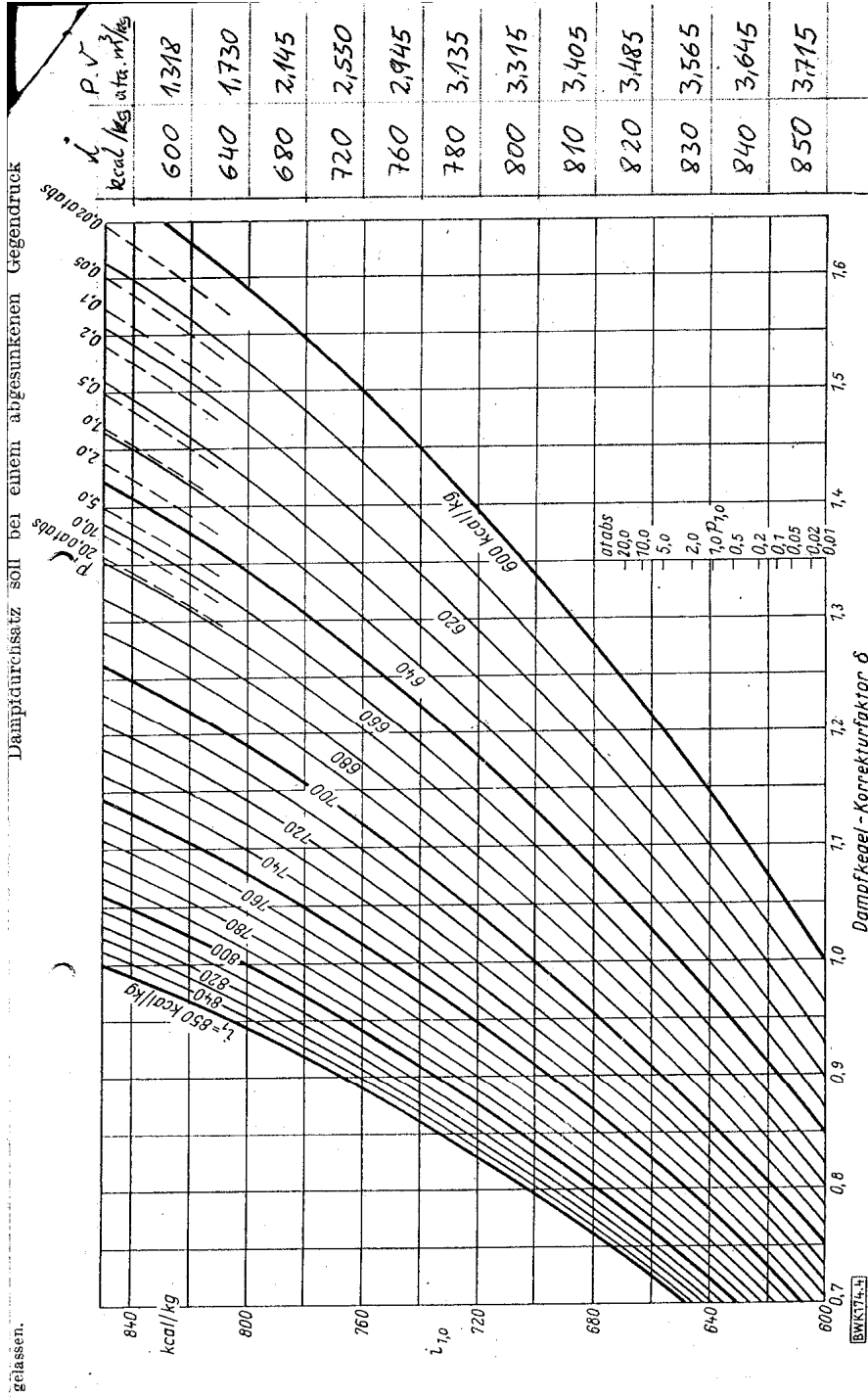
Con valores de presión y volumen específico, determinados en el diagrama  $i - s$ , se calcula el valor de los productos  $p * v$  correspondientes a diferentes valores de entalpía y así determinar el coeficiente  $\delta$  para cada caso:

$i(\text{kcal} / \text{kg})$	600	640	680	720	760	780	800
$p * v(\text{ata}, \text{m}^3 / \text{kg})$	1,318	1,730	2,145	2,550	2,945	3,135	3,315

**REGULACION DE LAS T.V.**



- L 18 -

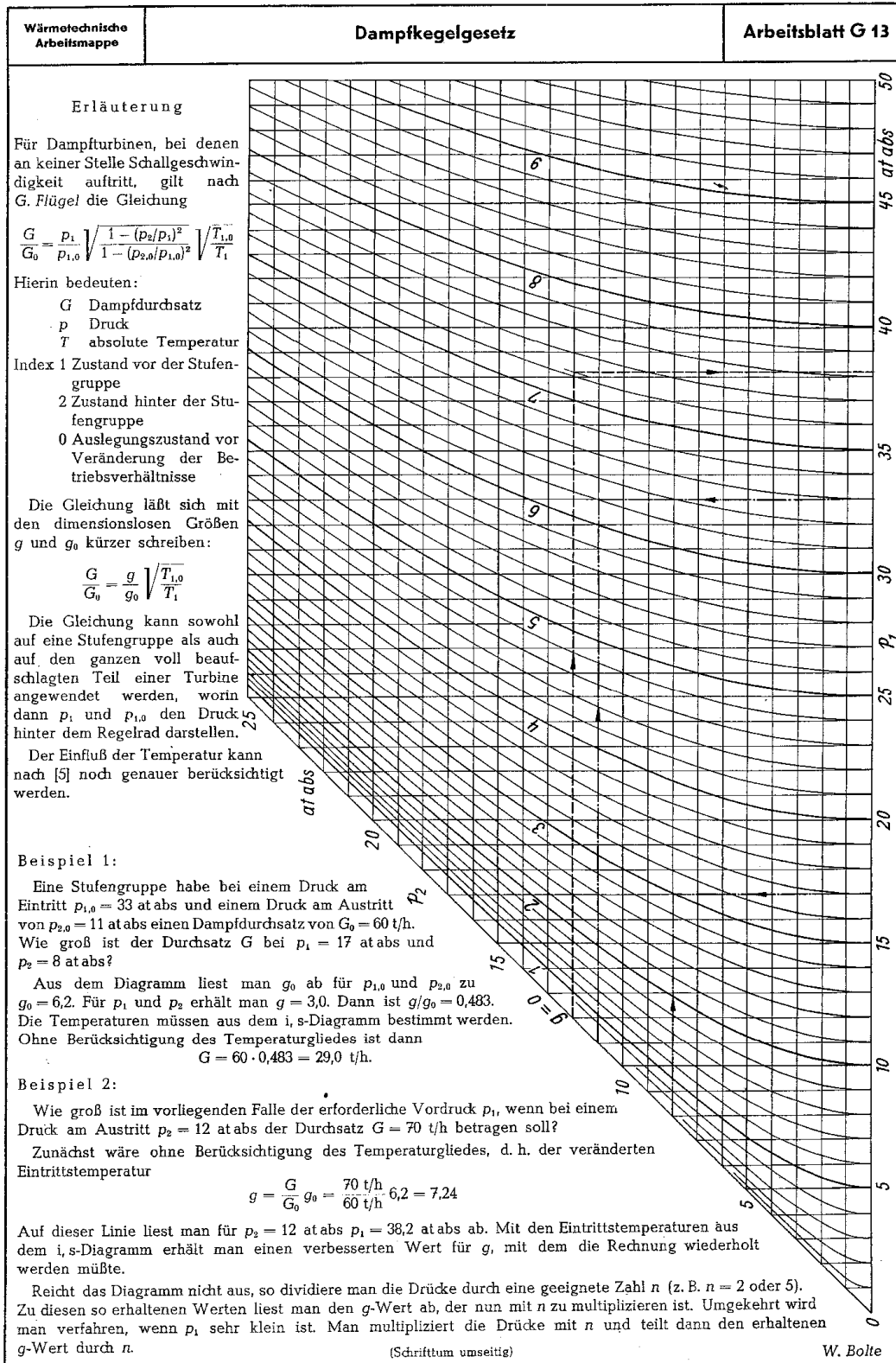


valores medios  
 de la función  
 $i = f(p, v)$

$$\delta = \sqrt{\frac{p_{1,0} v_{1,0}}{p_1 v_1}} = f(i_{1,0}, i_1)$$

Bild 4. Diagramm des Dampfkegelkorrekturfaktors.  $\delta =$   
 Factor de corrección del cono de vapor

## CONO DE VAPOR Y LA ECUACIÓN DE FLÜGEL



Este ábaco permite aplicar la ecuación del cono de vapor de Stodola en una TV, desde la presión en la cámara de la rueda de regulación  $p_1$ , hasta la contrapresión  $p_2$ . El subíndice "0" corresponde a un estado conocido o nominal, al cual corresponde un caudal  $G_0$ . En el ábaco se determina el valor de  $g_0$  con las presiones  $p_{1,0}$  y  $p_{2,0}$ .